

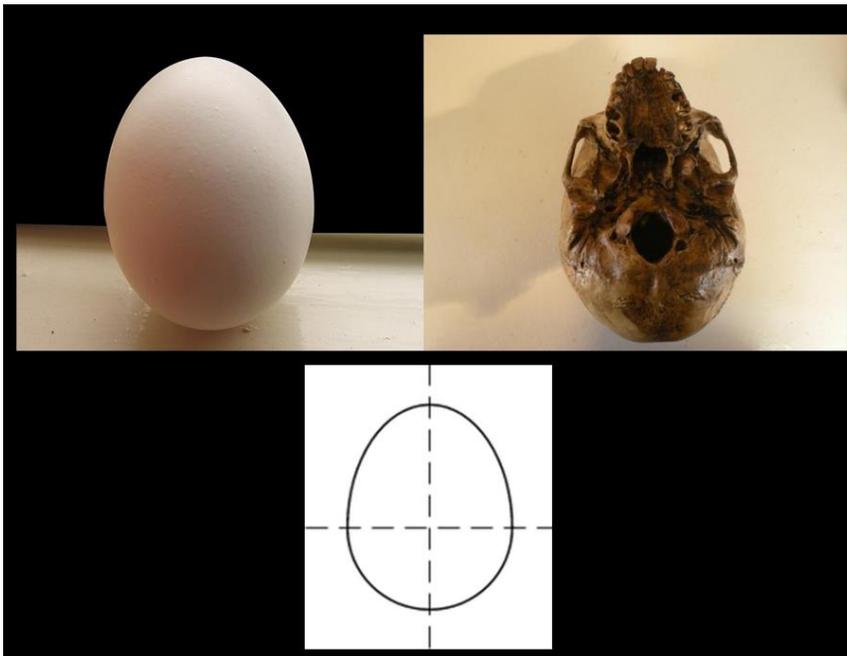
## 14. CURVAS TÉCNICAS A PARTIR DE LA CIRCUNFERENCIA

- (Aplicación de tangencias/enlaces): Óvalo, Ovoide, Espiral, Voluta.

**Introducción:** Aplicación diseño, arquitectura, arte,...

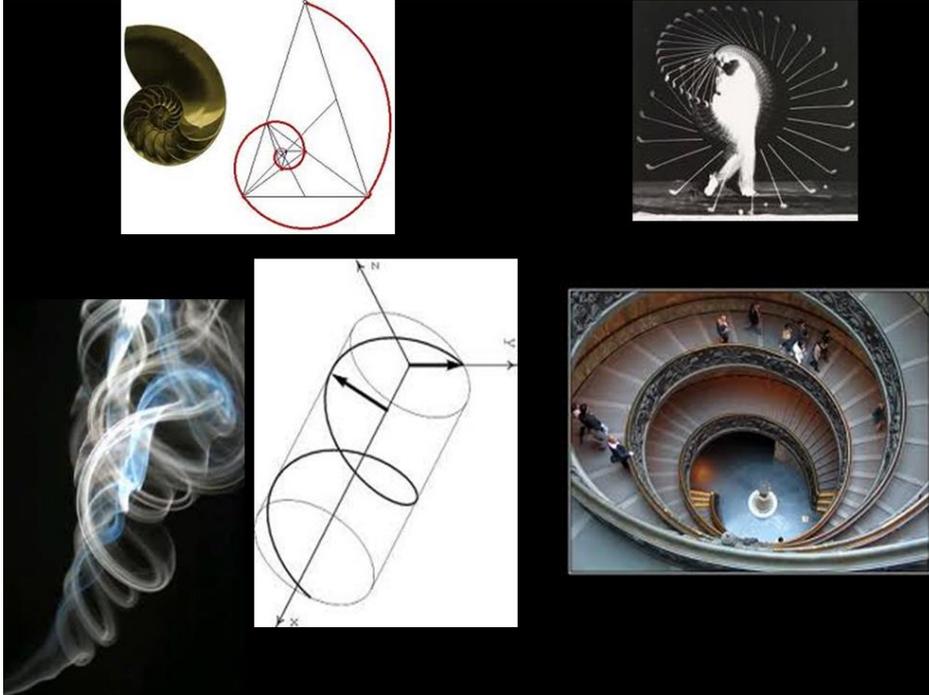
**Óvalos y ovoides:**

<http://pascuadeovalosyovooides.blogspot.com.es/>



**Espirales:**

<http://espiral-inspirar.blogspot.com.es/>



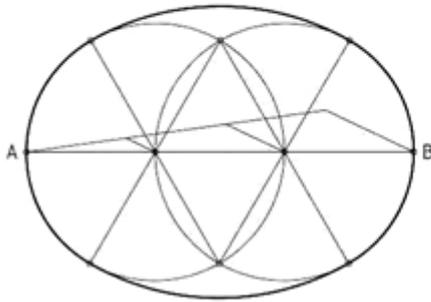
**Construcción.**

**ÓVALOS Y OVOIDES**

# Ovalo y ovoide

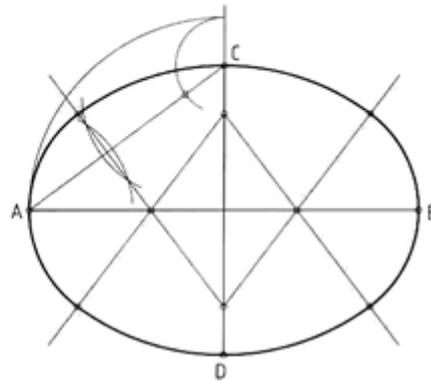
El óvalo es una curva cerrada formada por arcos de circunferencia y simétrica respecto de dos ejes perpendiculares.  
 El ovoide es una curva cerrada formada por arcos de circunferencia y simétrica respecto de un solo eje.

1



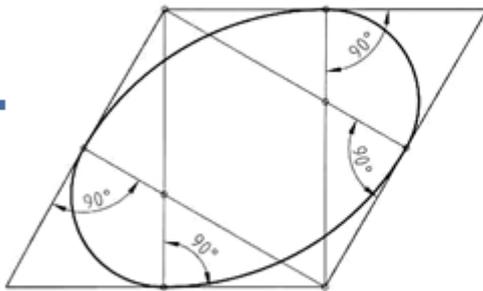
Construir el óvalo conocido su eje mayor  $\overline{AB}$ .

2



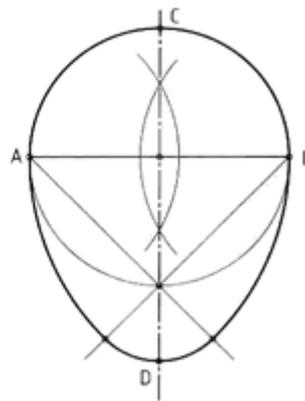
Construir el óvalo conocido los ejes  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ .

3



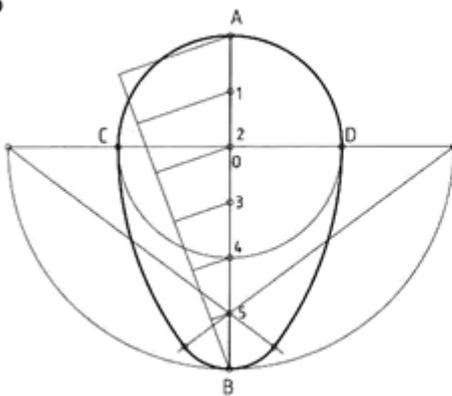
Inscribir un óvalo en el rombo.

4



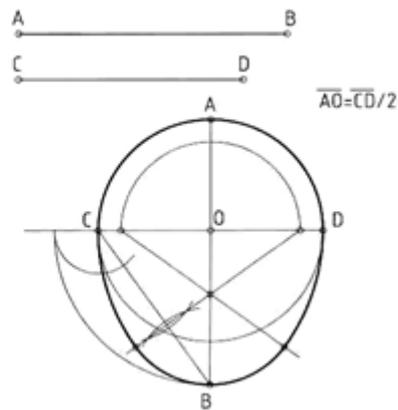
Construir el ovoide conocido su eje menor  $\overline{AB}$ .

5



Construir el ovoide conocido su eje mayor  $\overline{AB}$ .

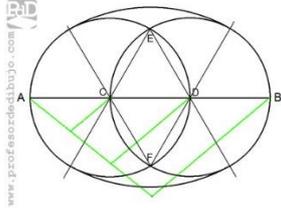
6



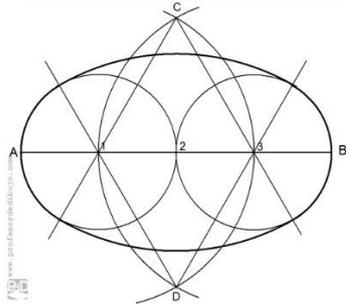
Construir el ovoide conocidos sus ejes  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ .

# Óvalos.

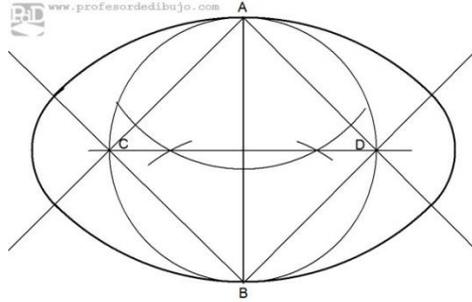
- **Trazar un óvalo conocido su eje mayor (dividiéndolo en tres partes).**



- **Trazar un óvalo conocido su eje mayor (dividiéndolo en cuatro partes).**

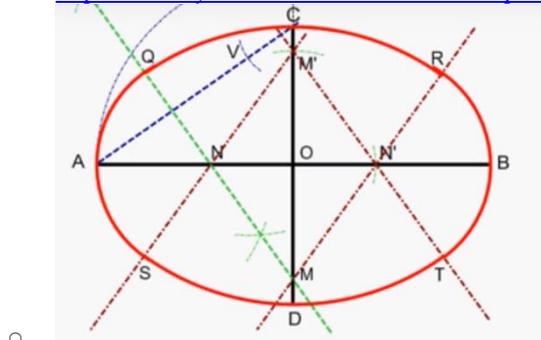


- **Trazar un óvalo conocido su eje menor.**



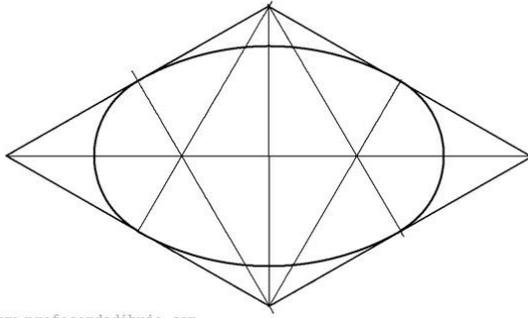
**Trazar un óvalo conocidos sus dos ejes.**

- <https://www.youtube.com/watch?v=rOhsq7rC15Y>



-

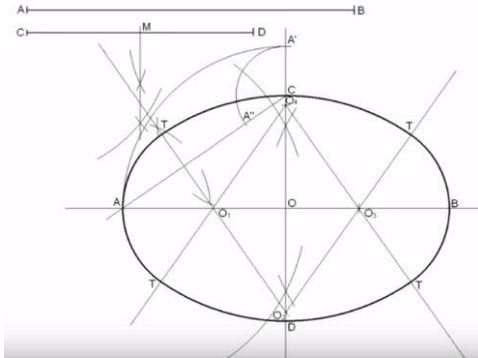
- Óvalo inscrito en un rombo (Óvalo isométrico).



www.profesordedibujo.com

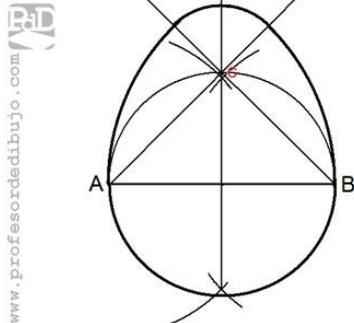
Óvalo conocidos sus dos ejes: <https://www.youtube.com/watch?v=zf1JC-Q9IM>

*((( TRUCO: Si con los ejes formamos el rombo del ejercicio anterior y procedemos como en el ejercicio anterior pero abriendo el radio De los arcos de circunferencia usados hasta los vértices, obtenemos el mismo resultado. De hecho este procedimiento se puede deducir del anterior.*



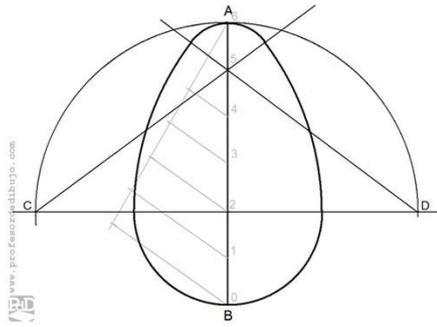
## Ovoide.

- Trazar un ovoide conociendo su eje menor.

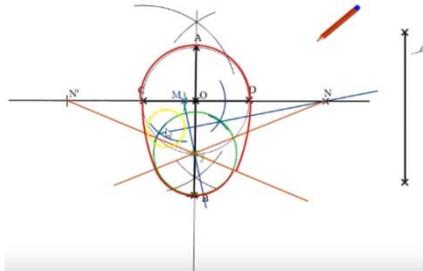


www.profesordedibujo.com

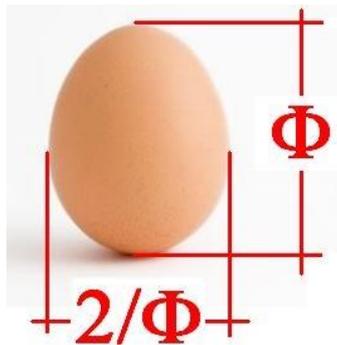
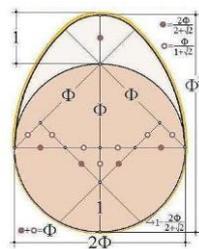
- Trazar un ovoide conociendo su eje mayor (dividido en 6 partes).



Ovoide conocidos los dos ejes: <https://www.youtube.com/watch?v=AYxvfq7NDnU>



### Ovoide áureo: Según Calvimontes



Comprobad que el resultado de dividir la

altura entre la anchura es igual o muy parecido al resultado de dividir

el Número Áureo ( $\Phi = 1,618\dots$ ) entre  $2/\Phi = 2/1,618\dots$ ; o sea 1,3 ó una cifra muy aproximada.

### ESPIRALES Y VOLUTAS O EVOLVENTES:

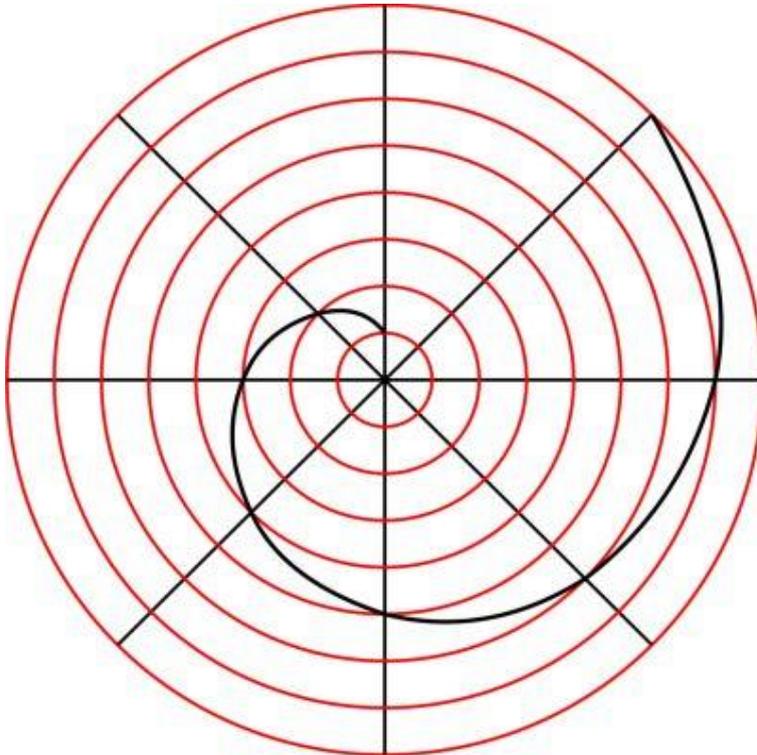
<http://nntt.informatica-fleming.com/celia/22-Espiral%20-%20Voluta/index.html>

<http://ditbutec.es.tl/Espiraes.htm>

La **espiral** es una curva plana que surge del desplazamiento de un punto por una semirrecta que gira alrededor de su extremo.

La **voluta o evolvente** es una curva formada por arcos de circunferencia tangentes cuyos distintos centros están en una recta( voluta de dos centros) o en los vértice de un polígono

**ESPIRALES:** Espiral de Arquímedes.



**ESPIRAL ÁUREA:**



**Introducción:** Apolonio de Pérgamo- Cono

**Imágenes:** - Circunferencia, Elipse, Parábola, Hipérbola- Aplicación diseño, arquitectura, arte,...

**Cono de revolución.**

**Elementos comunes.**

**Definición, elementos particulares, propiedades y construcción.**

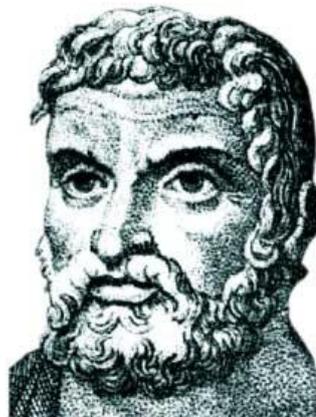
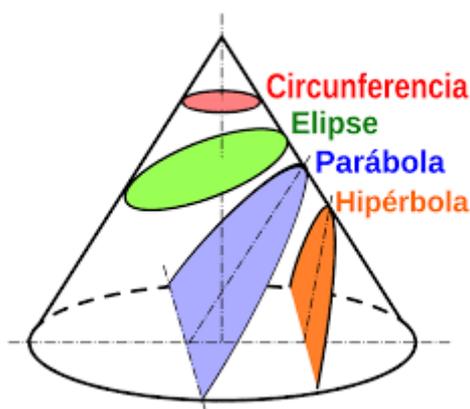
**Tangencias**

**Introducción:**

**Apolonio de Perge, Apolonio de Perga o Apolonio de Pérgamo** (Griego antiguo: Ἀπολλώνιος) (Perge, c. 262 - Alejandría, c. 190 a. C.) fue un geómetra griego famoso por su obra *Sobre las secciones cónicas*. Fue Apolonio quien dio el nombre de elipse, parábola e hipérbola, a las figuras que conocemos. Logró solucionar la ecuación general de segundo grado por medio de la geometría cónica.<sup>1</sup>

También se le atribuye **la hipótesis** de las órbitas excéntricas o teoría de los epiciclos para intentar **explicar el movimiento aparente de los planetas** y de la velocidad variable de la Luna.

Sus extensos trabajos sobre geometría tratan de las secciones cónicas y de las curvas planas y la cuadratura de sus áreas.<sup>2</sup> Recopiló su obra en ocho libros y fue conocido con el sobrenombre de *El Gran Geómetra*.<sup>3</sup> (Wikipedia 2015)

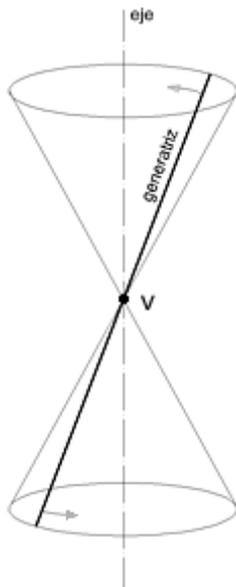


**Imágenes:** - Circunferencia, Elipse, Parábola, Hipérbola- Naturaleza y Aplicación en diseño, arquitectura, arte,... **Ver ppt**

## Cono de revolución:

Construcción y Animación:

<http://sitios.usac.edu.gt/seccionesconicas/presentacion.html>



---

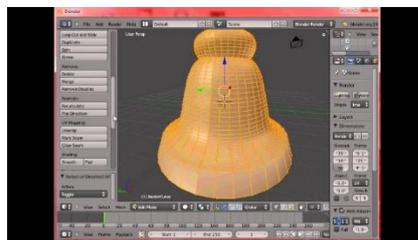
### EL CONO DE REVOLUCIÓN Y LAS CURVAS CÓNICAS.

<http://www.youtube.com/watch?v=FyFMJBAluH4&feature=related>

<http://www.youtube.com/watch?v=wBp1OIVt-Go>

Un **cono de revolución** es un cuerpo geométrico que puede considerarse engendrado por una línea recta denominada **generatriz**, que se mueve pasando por un punto (centro de generatriz o **vértice** del cono), alrededor de un **eje** y con una dirección circular denominada **directriz**.

Las curvas cónicas se obtienen al seccionar un cono de revolución por un plano. Según la posición del plano respecto al cono obtenemos las diferentes curvas.



Superficie de revolución generada con Bender

## Elementos Comunes

### 3.1. ELEMENTOS DE LAS CURVAS CÓNICAS.

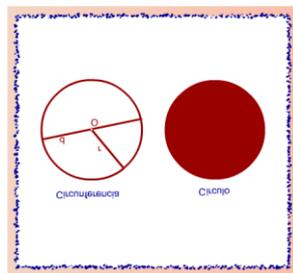
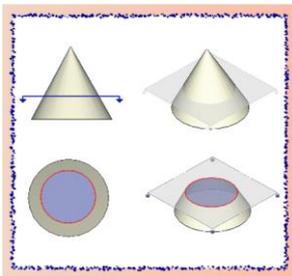
Son los elementos importantes necesarios para su construcción.

- **Vértices:** son los puntos extremos de los ejes de la curva.
- **Ejes:** Son los ejes de simetría de la curva. La parábola tiene uno, pero la elipse y la hipérbola tienen dos, perpendiculares entre sí. Al mayor se le denomina **a** y al menor **b**.
- **Centro:** Es el punto donde se cortan los ejes de simetría, y por lo tanto, el centro de la curva.
- **Focos:** Son los puntos de contacto de las esferas inscritas en el cono con el plano secante que genera las secciones cónicas, y están situadas en el eje de simetría. La elipse y la hipérbola tienen dos focos, y la parábola tiene sólo uno.
- **Radios vectores:** Son las rectas que unen cualquier punto de la curva con los focos (o el foco en la parábola).
- **Directrices:** Son las rectas de intersección que realiza el plano secante con los planos que contienen a las circunferencias tangentes de las esferas del cono.
- **Circunferencia principal:** Es el lugar geométrico de las proyecciones de los focos sobre las rectas tangentes a la cónica. El centro de esta circunferencia es el centro de la elipse o de la hipérbola, y el radio es igual a la mitad de su eje mayor. En la parábola, el radio es infinito.
- **Circunferencia focal:** Es el lugar geométrico de los puntos simétricos del otro foco respecto de las rectas tangentes a la cónica. El centro de estas circunferencias son los focos, y en la elipse y la hipérbola, los radios la longitud del eje mayor, en la parábola, el radio es infinito.

## Curvas Cónicas:

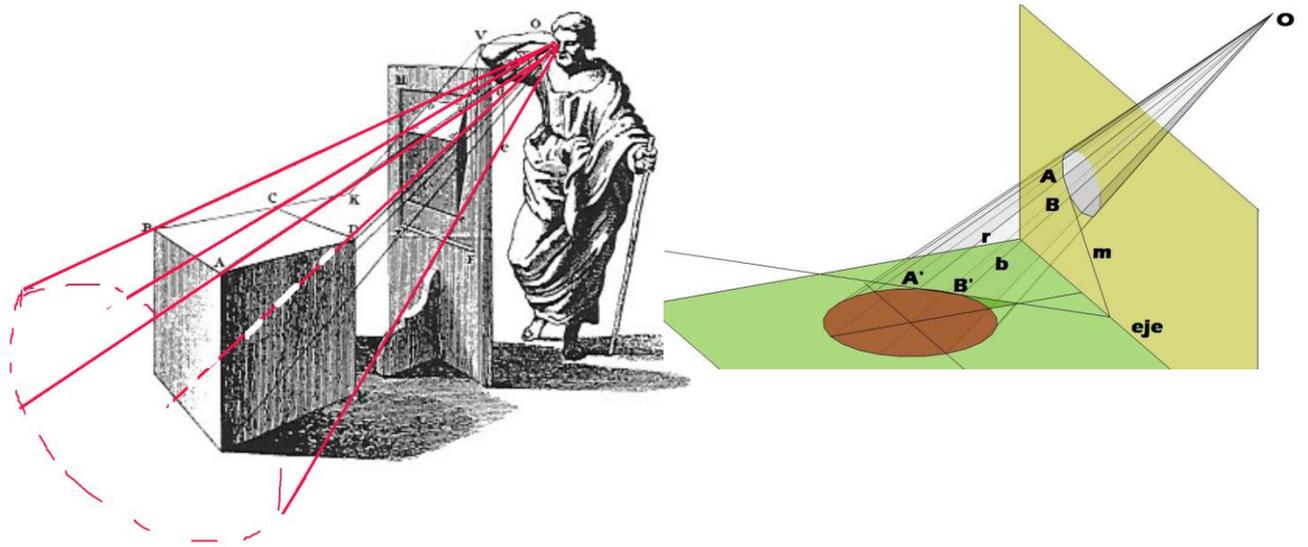
### Sección que la origina, Definición, elementos particulares, propiedades y construcción.

#### - Circunferencia



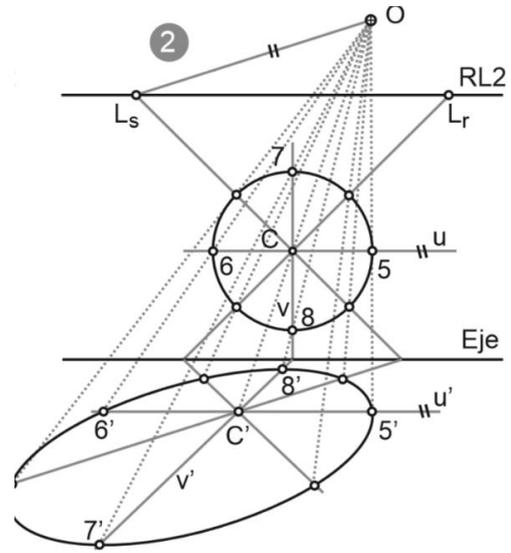
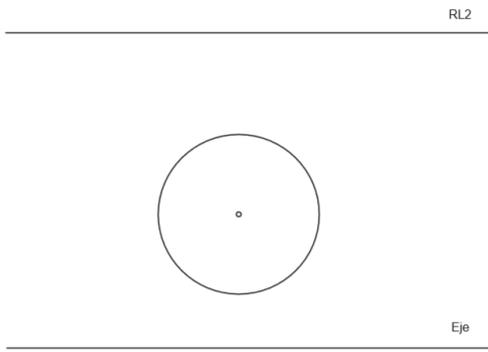
-Elipse <http://www.dibujotecnico.com/curvas-conicas-la-elipse/>



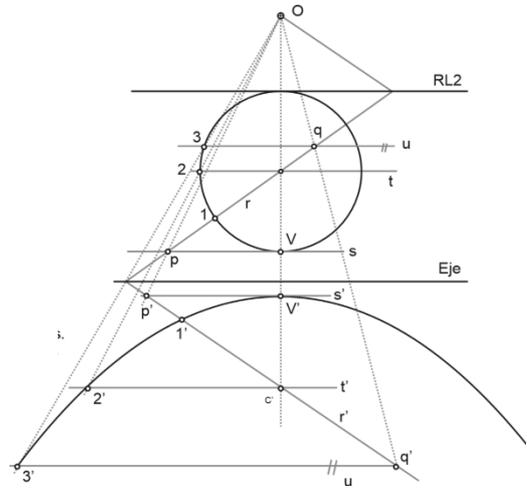
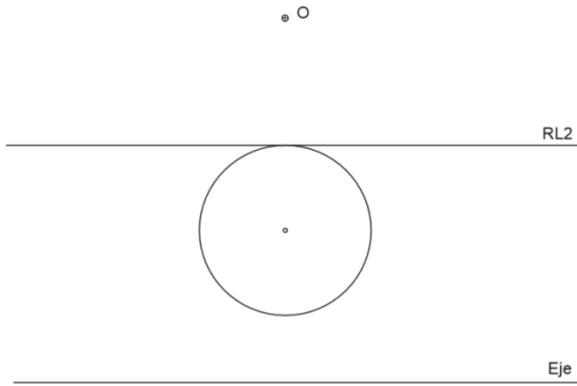


<https://www.youtube.com/watch?v=8P2ejtZLQIE> circunferencia elipse

Dados el eje, el centro y la recta límite dibujar la curva cónica homóloga de la circunferencia dada.

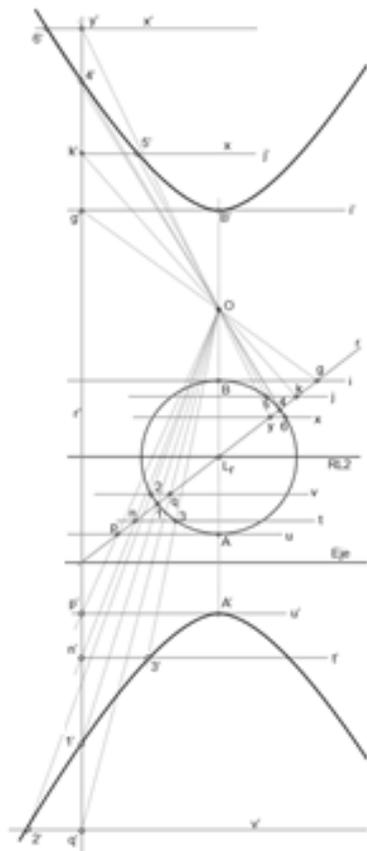
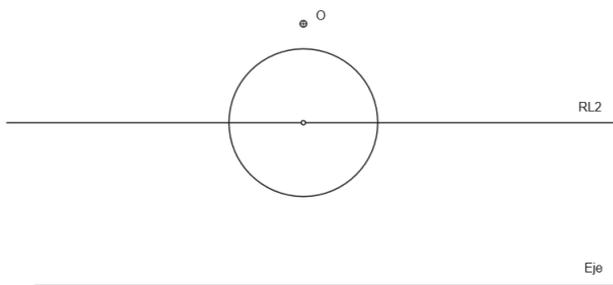


Dados el eje, el centro y la recta límite dibujar la curva cónica homogénea de la circunferencia dada.



<https://www.youtube.com/watch?v=AK03FKcDM6A>

Dados el eje, el centro y la recta límite dibujar la curva cónica homogénea de la circunferencia dada.



## CURVA CÓNICA (Elipse) CON HOMOLOGÍA AFÍN

**Traza la figura afin de la circunferencia dada, conociendo el eje de afinidad, su centro  $C$  y su afin  $C'$ .**

1º-Trazamos un diámetro cualquiera de la cir. dada obteniendo dos puntos de la circunferencia y el punto doble. Unimos el punto doble con  $C'$  para obtener la recta afin del diámetro trazado. Unimos  $C$  con  $C'$  y trazamos esa dirección por 1 y 2 para obtener sobre el diámetro afin 1' y 2'.

3º- Repetimos la operación con otro diámetro cualquiera de la circunferencia para obtener los afines 3' y 4'.

Podríamos repetir estos dos pasos tantas veces como quisieramos para obtener dos parejas de puntos afines en cada paso. Pero simplemente con dos diámetros obtenemos los diámetros conjugados de la elipse, que nos permiten su trazado por diversos métodos.

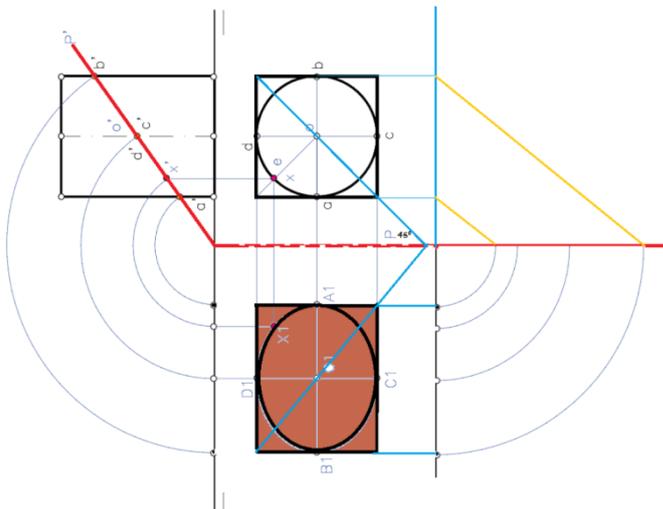
3º- Trazamos la elipse (en la ilustración hemos omitido los trazados auxiliares necesarios para ello, existiendo varias alternativas).

### Circunferencia-elipse : Afinidad y Diédrico

Hallar la inclinación del haz de luz que produce la elipse al pasar por el ojo de buey.

1-inclinación en la diagonal: afinidad

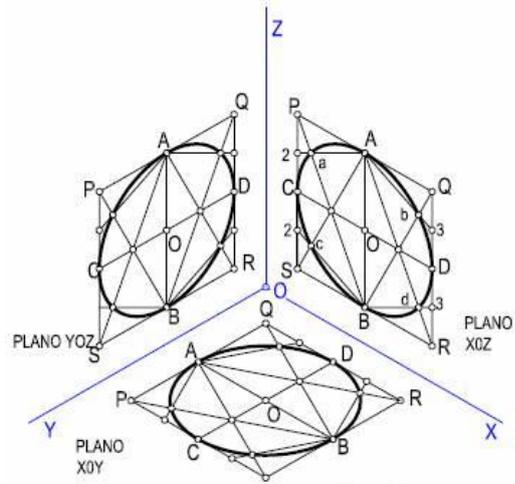
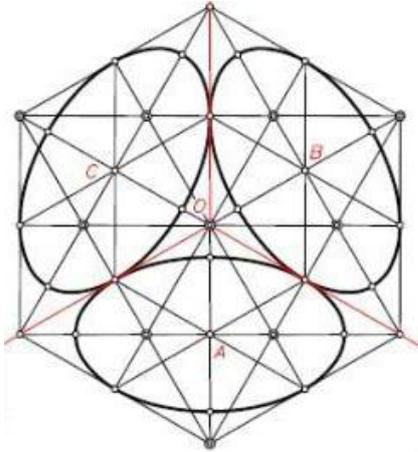
2: inclinación en el plano de perfil: diédrico, y puede interpretarse como un cilindro seccionado por plano proyectante.



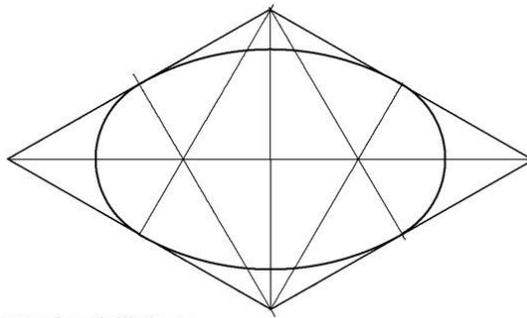
### CURVAS CÓNICAS CON PERSPECTIVA CÓNICA

[http://agrega.juntadeandalucia.es/repositorio/07012014/58/es-an\\_2014010713\\_9170108/ODE-4a7243d6-383e-303b-83f4-08c5c5869cf0/14\\_perpsectiva\\_cnica\\_y\\_homologa.html](http://agrega.juntadeandalucia.es/repositorio/07012014/58/es-an_2014010713_9170108/ODE-4a7243d6-383e-303b-83f4-08c5c5869cf0/14_perpsectiva_cnica_y_homologa.html)

## PERSPECTIVA ISOMÉTRICA

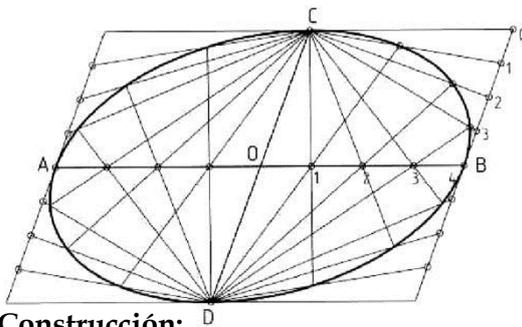


- Óvalo inscrito en un rombo (Óvalo isométrico).



www.profesordedibujo.com

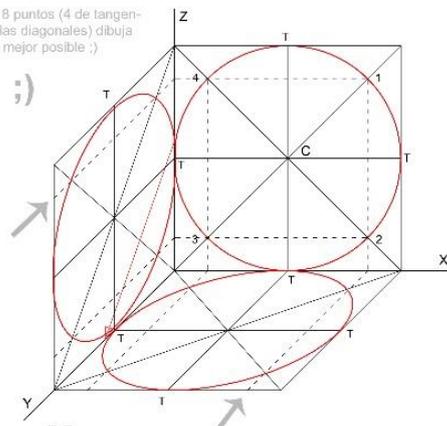
## PERSPECTIVA CABALLERA



Construcción:

- Dados los ejes:

Con los 8 puntos (4 de tangencia y 4 en las diagonales) dibuja la curva lo mejor posible ;)

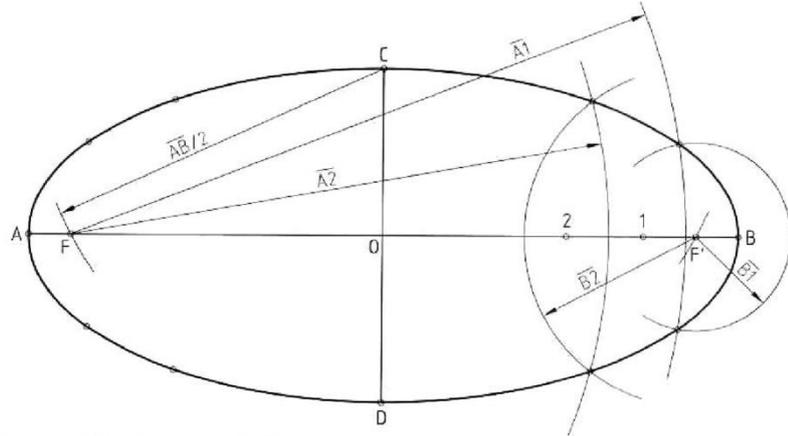


Mediante paralelas a los ejes por los puntos 1, 2, 3, 4 conseguirás puntos de las elipses sobre las diagonales

<https://www.>

10endibujo.com

1



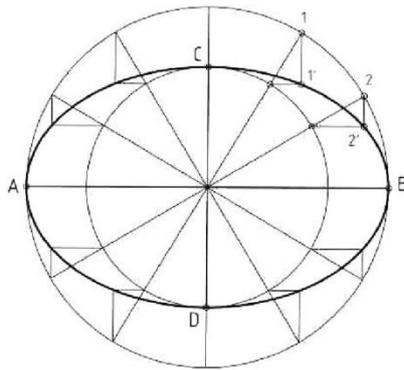
Determinar los focos y construir la elipse de ejes  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ .

+Por doble afinidad

+ Por afinidad

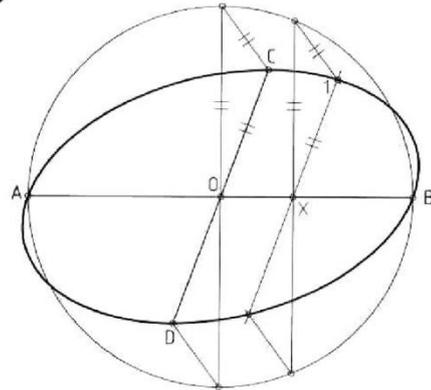
<https://www.youtube.com/watch?v=3UFNwZ8ZtNY>

4



Doble afinidad.  
Continuar la construcción de la elipse de ejes  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ .

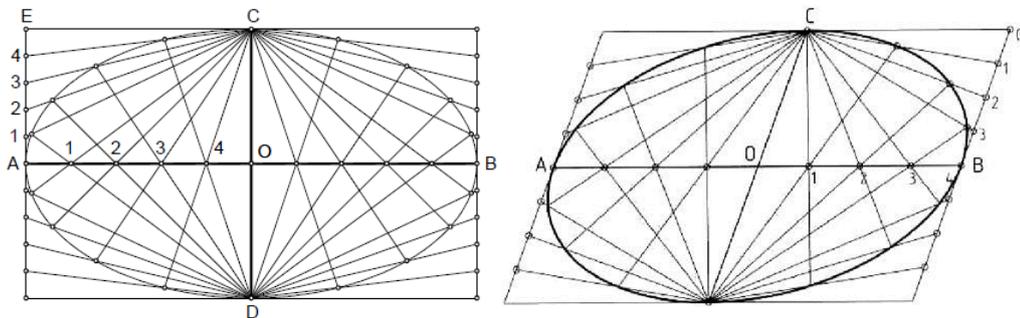
5



Afinidad.  
Continuar la construcción de la elipse de ejes conjugados  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ .

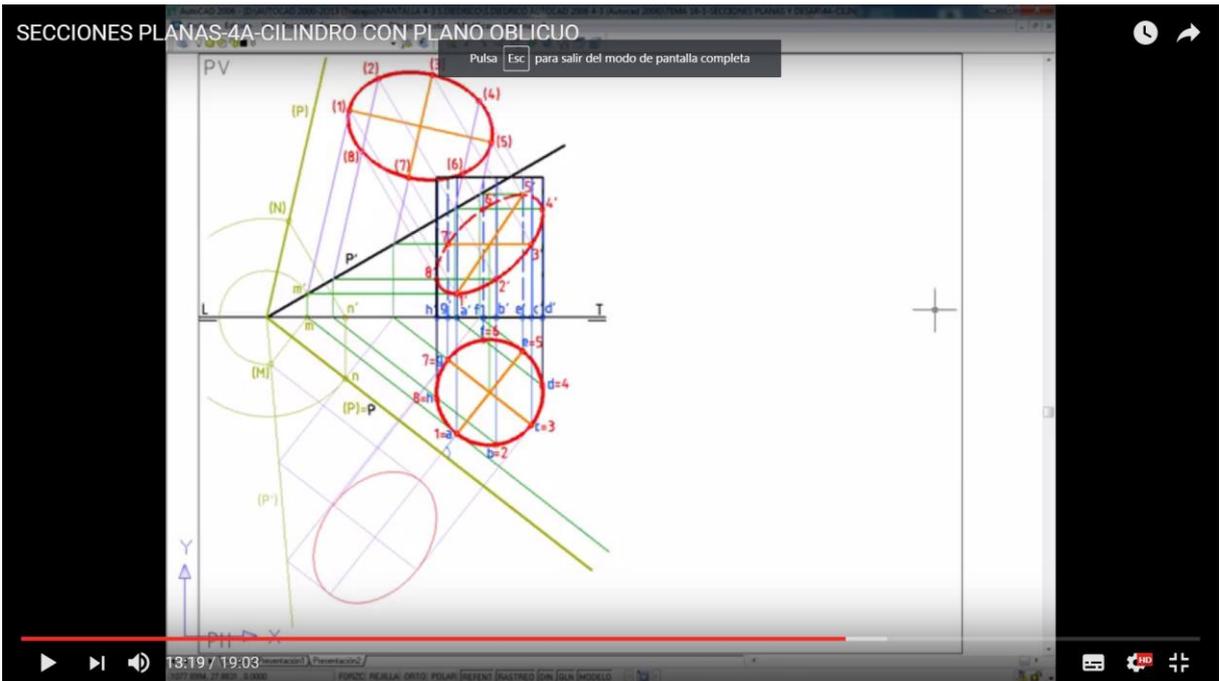
+Por haces proyectivos

<https://www.youtube.com/watch?v=uHT3AsCVno>

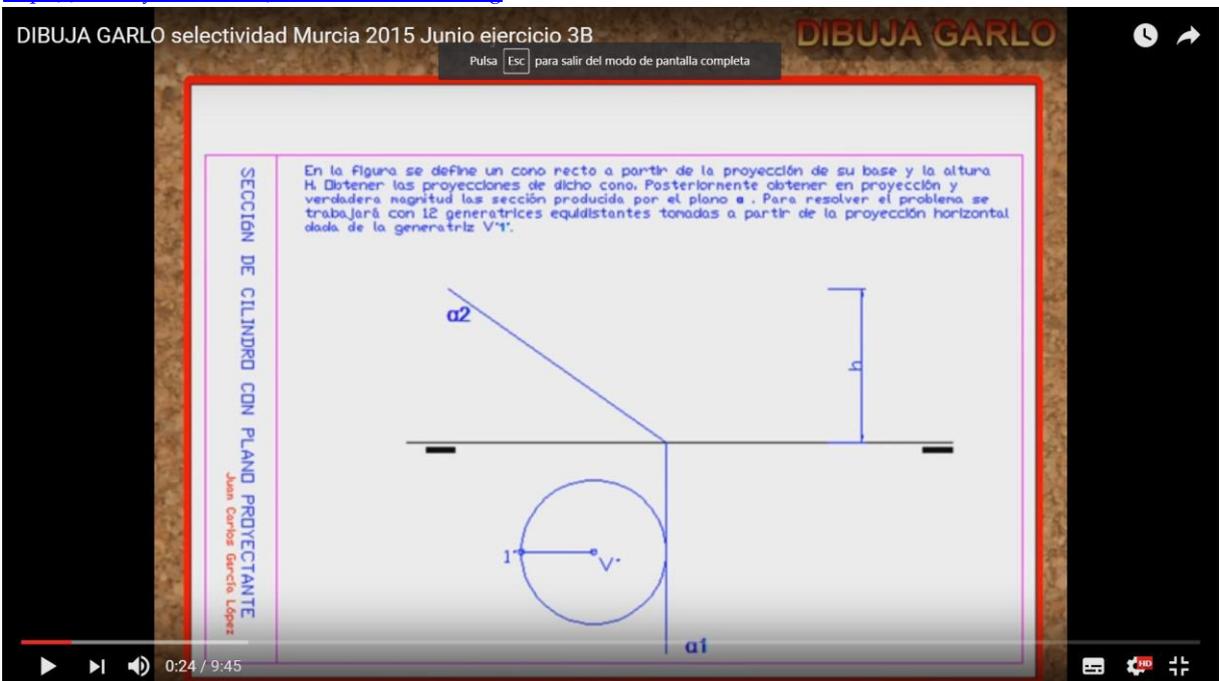


Haces proyectivos. Elipse inscrita en un rectángulo o en un romboide.  
Construir la elipse de ejes conjugados  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ .

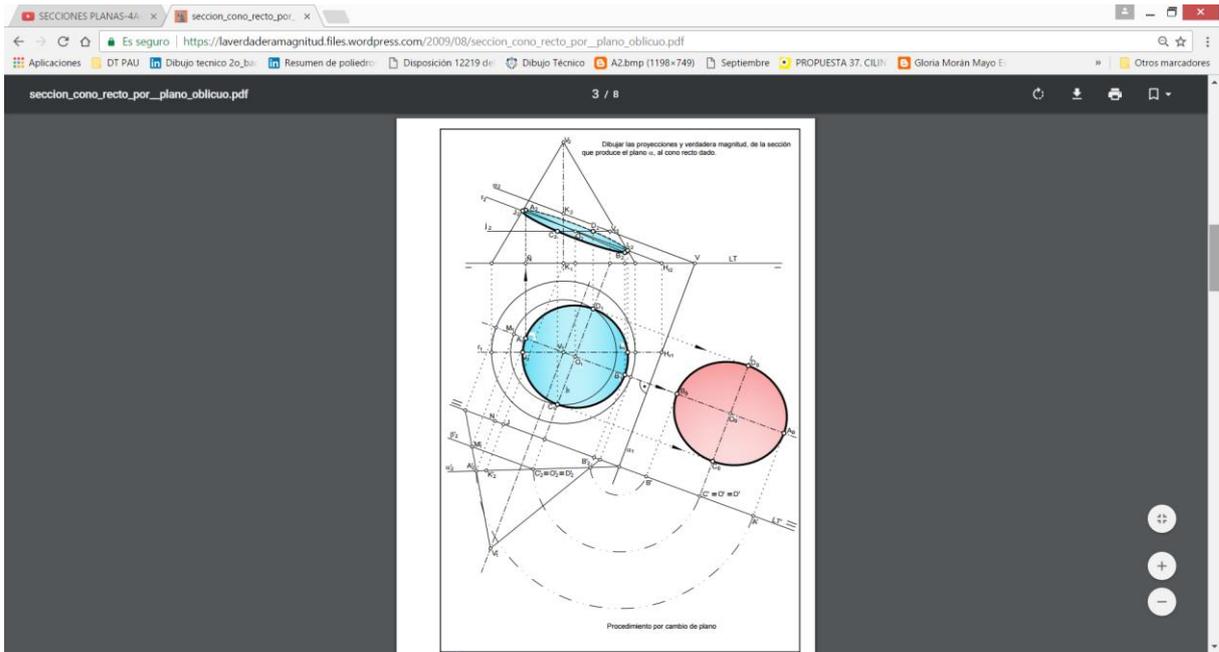




<https://www.youtube.com/watch?v=7woxw6Xtiag>



[https://laverdaderamagnitud.files.wordpress.com/2009/08/seccion\\_cono\\_recto\\_por\\_plano\\_oblicuo.pdf](https://laverdaderamagnitud.files.wordpress.com/2009/08/seccion_cono_recto_por_plano_oblicuo.pdf)



Diédrico cono: <https://www.youtube.com/watch?v=wCVYRzI72qQ>

**3.3.2. Cono**  
**SECCIÓN PLANA DE UN CONO (PARÁBOLA)**

1. El punto  $1'$  pertenece al contorno aparente por lo que es un punto directo de la sección que trasladaremos al diámetro horizontal. Cualquier recta de punta que pase por  $1$  será tangente a la parábola en su parte más alta, por lo que se trata del vértice de la misma.
2. La traza horizontal de  $P$  corta a la directriz en  $2$  y  $3$ , puntos que también serán de la parábola.
3. Se traza un plano auxiliar  $Q'$  paralelo al  $PH$  con el que se obtiene una circunferencia con centro en el eje del cono, sobre la que situamos  $4$  y  $5$ .
4. Las tangentes en  $4$  y  $5$ , se hallan con la homología existente entre la parábola y la directriz. Se define el corte entre las tangentes a la directriz  $t_1$  y  $t_2$ , y la traza horizontal del plano  $P$  en  $6$  y  $7$ . Éstos puntos unido con  $4$  y  $5$  nos dan las tangentes  $t_1'$  y  $t_2'$  a la parábola en  $4$  y  $5$ .

Cono. Sección por un plano proyectante (Parábola)  
 Oscar Lopez Zaldivar  
 1.747 visualizaciones

<https://www.youtube.com/watch?v=MEbls5p4LTs>



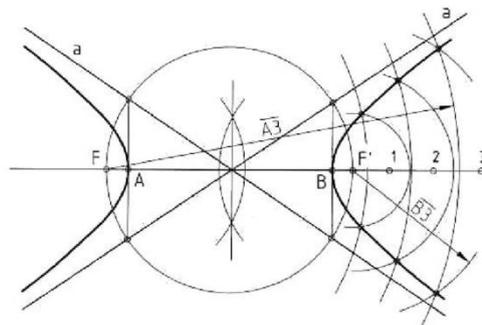
<https://www.youtube.com/watch?v=7woxw6Xtiag>

## Hipérbola: Hiper y Bolé. Arrojar por encima de.

Construcción:

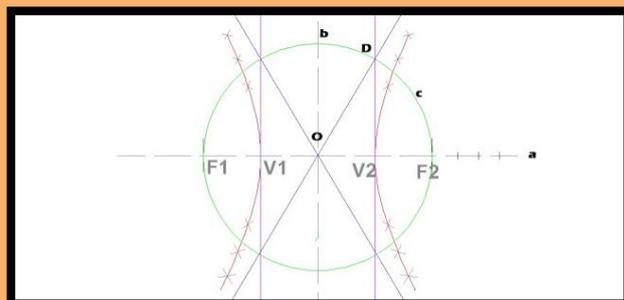
-Dados los vértices y el foco: <https://www.youtube.com/watch?v=RwRcdgxNcDc>

2



Determinar las asíntotas y construir la hipérbola de focos  $F$  y  $F'$  y vértices  $A$  y  $B$ .

Para calcular las asíntotas o rectas tangentes a la hipérbola en el infinito hacemos una circunferencia  $c$  de centro  $O$  y radio  $O-F_1$ . Por la intersección de las verticales por  $V_1-V_2$  y la circunferencia  $c$  tenemos 4 puntos que unidos a  $O$  definen las asíntotas de la hipérbola.



**WEB:**

- <https://ibiguri.wordpress.com/temas/cur/8-1/>
- <http://es.slideshare.net/3Raquel/6b-curvas-conicas-elipse-hiperbola-y-parabola>
- <http://www.dibujotecnico.com/curvas-conicas-la-elipse/>