ESFERA: INTERSECCIONES CON PLANO Y RECTA

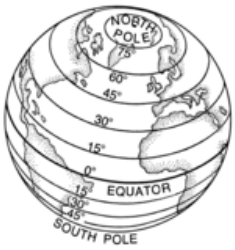
Páginas sugeridas:
Dibujotecni.com
10endibujo.com
Las imágenes han sido extraídas de estas páginas y algunas de ellas modificadas para aclarar la visualización de sus elementos con una finalidad docente.

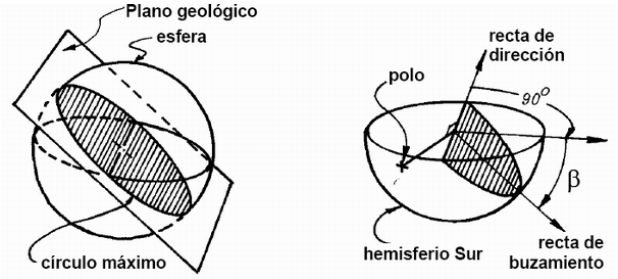
0- Representación de la esfera
1- PH-PF-Punto-Recta Horizontal- Recta Frontal
2- Recta que pasa por L.T.-Recta Frontal Vertical- Recta de Punta (Usamos Plano de Perfil)
3- Plano Proyectante H- Recta Proyectante H
4- Plano Proyectante Vertical- Recta Proyectante Vertical
5- Plano Oblicuo-Recta Oblicua
6- Ejercicios

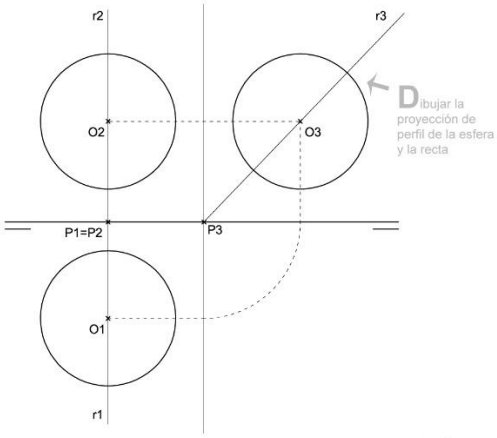
0- Representación de la esfera.

Representado su centro O por sus proyecciones diédricas las proyecciones de ésta están definidas por dos circunferencias máximas de radios iguales al radio de la superficie: en proyección horizontal se aprecia el **ecuador** (circunferencia horizontal que pasa por el centro O) y en proyección vertical un **meridiano** frontal.

En la figura 1 se aprecia la proyección horizontal de un punto C perteneciente al ecuador y la proyección vertical de un punto D perteneciente al meridiano frontal.

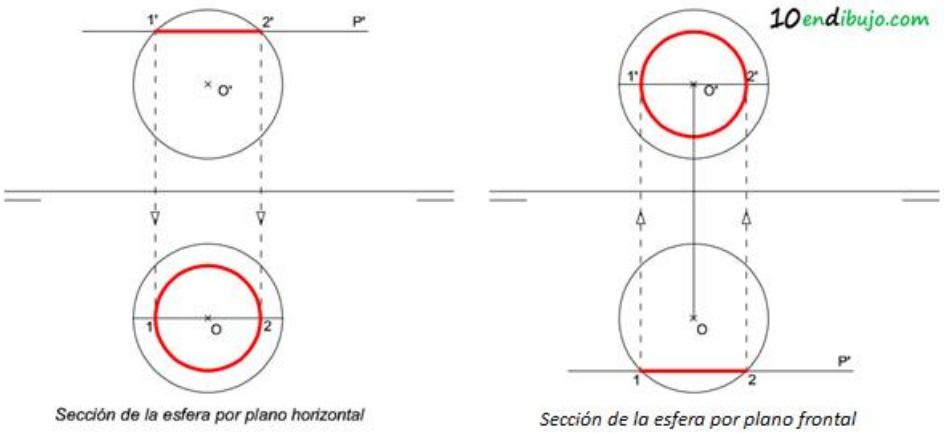






10endibujo.com Recta intersecando a una esfera por dos puntos (O,P)

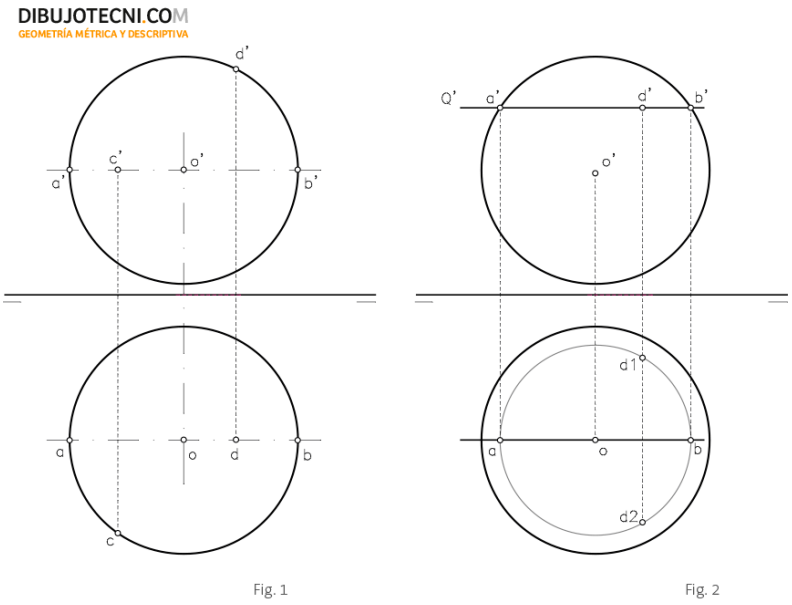
1- Plano Horizontal-Plano Frontal



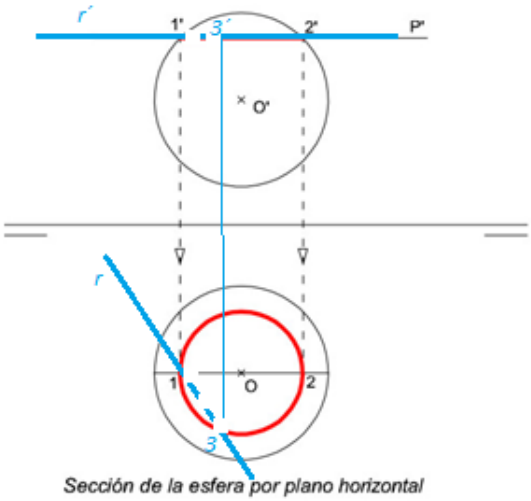
Determinación de puntos en la esfera.

Para determinar la proyección horizontal de un punto D dado por su proyección vertical trazaremos por el un plano auxiliar horizontal Q, éste generará una sección circular en la esfera de diámetro AB y centro O. La proyección horizontal de D estará sobre la circunferencia sección mencionada en d1 o d2.

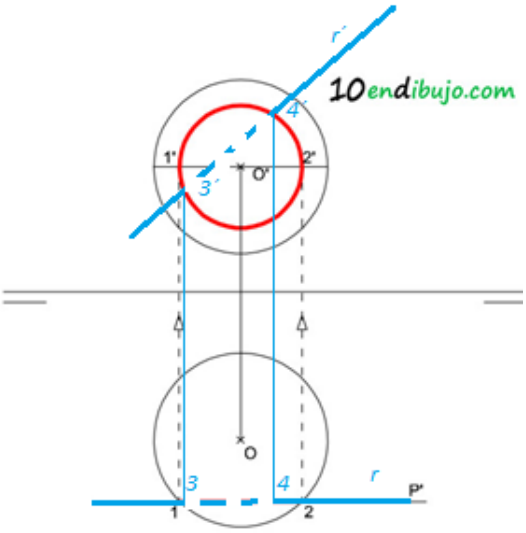
Si se tratase de localizar la proyección vertical de un punto de la esfera dado por su proyección horizontal nos auxiliaríamos de un plano frontal. Figura 2.



Intersección de Recta Horizontal y Frontal



Sección de la esfera por plano horizontal

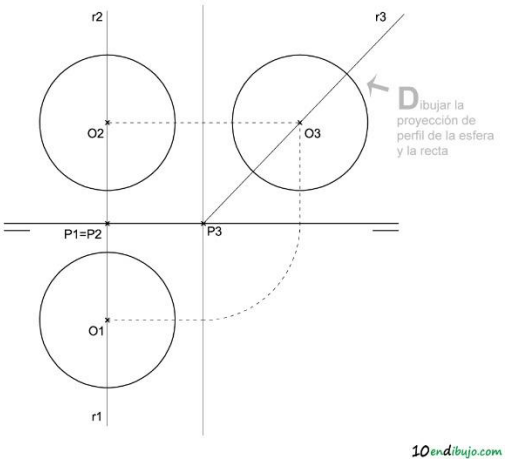


Sección de la esfera por plano frontal

1- Contenemos a recta en un plano horizontal o vertical, según sea la recta.
2- Hallamos la intersección del plano con la esfera
3- Localizamos en esa intersecciónla intersección de la recta

2- Recta que pasa por L.T.-Recta Vertical (perpendicular a PH)- Recta de Punta (perpendicular a PV):

Para resolver estos casos usamos el Plano de Perfil



3– Plano Proyectante H

EXPLICACIÓN 1

Las proyecciones diédricas de esta sección se muestran como elipses en el Plano de proyección al que no es proyectante.
La sección generada en una esfera por un plano proyectante horizontal P se aprecia directamente en su proyección horizontal según un segmento c-d siendo c y d los puntos de intersección de la traza horizontal del plano con el ecuador y contorno aparente de la esfera.

En proyección vertical la sección se proyectará según una elipse de eje menor horizontal c'-d' y de eje mayor a'-b', para determinar los puntos a´y b´ trazamos una recta vertical por x, centro del eje menor CD hasta cortar a la sección circular en proyección vertical generada por el plano frontal Q que contiene a A, B y X en proyección horizontal. (Véase pertenencia de un punto a la esfera)

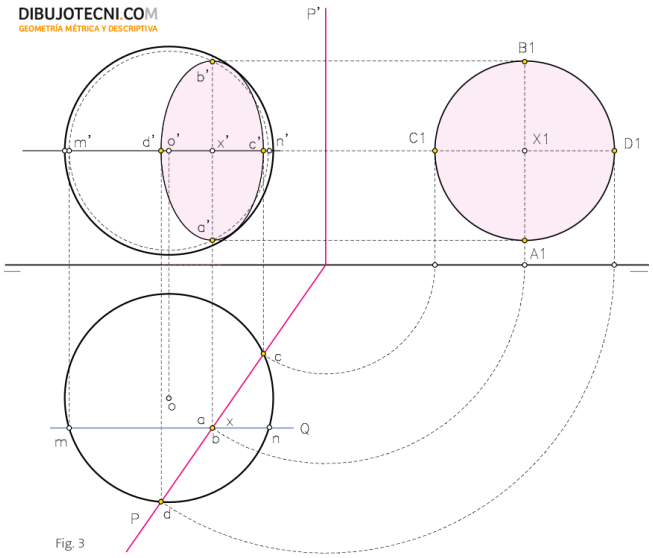
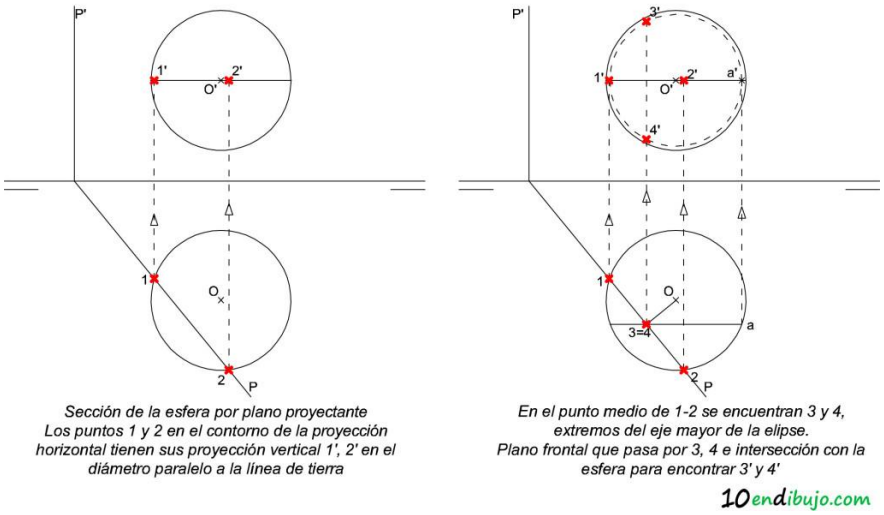


Fig. 3

EXPLICACIÓN 2

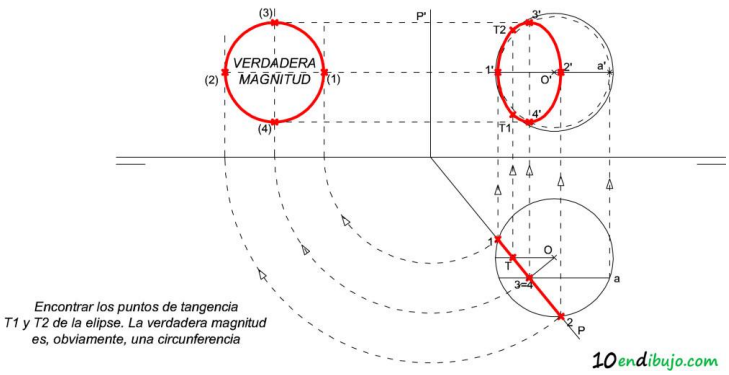


Los puntos 1, 2 en que la traza horizontal corta al perímetro de la esfera en proyección horizontal tienen su proyección vertical 1', 2' en el diámetro paralelo a la línea de tierra. Ahí tenemos los extremos del eje menor de la elipse.

Para encontrar el eje mayor de la elipse tomamos el punto medio del segmento 1-2 (puedes hacerlo con una perpendicular desde O). En este punto medio están 3 y 4, los extremos del eje mayor de la elipse. Para encontrar su posición en proyección vertical tenemos que hacer una sección por un plano frontal que contenga a estos puntos.

Esa sección la hemos visto antes y es simplemente una circunferencia con un radio hasta el punto a'. En esa circunferencia se encuentran las proyecciones verticales 3' y 4'.

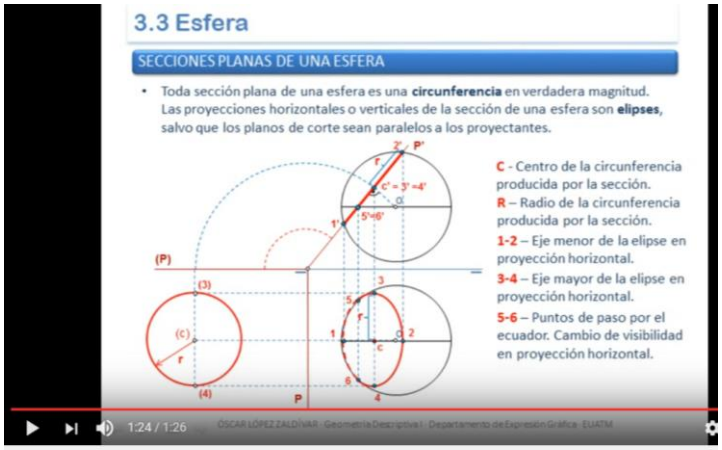
Por último encontramos los puntos de tangencia de la elipse que se pueden ver en el diámetro paralelo a la línea de tierra en proyección horizontal. Es el punto T que tiene como proyecciones verticales los puntos T1 y T2.



VÍDEOS: ESFERA-PROYECTANTE Y ESFERA-RECTA OBLICUA

Plano proyectante y esfera: solucionado mediante planos horizontales

https://www.youtube.com/watch?v=-7bh9T1thqU

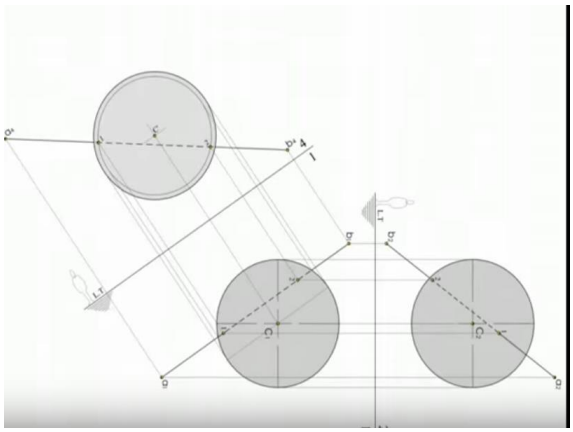


Esfera Sección por un plano proyectante

https://www.youtube.com/watch?v=TwI1_dQq_YM

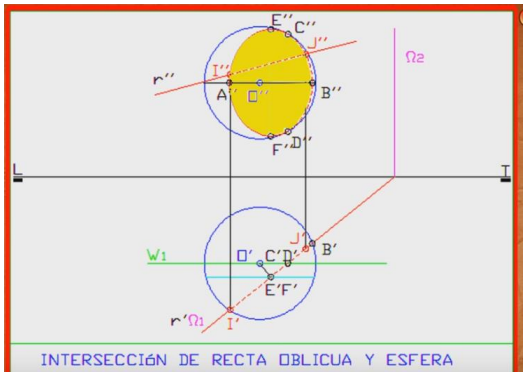
Recta oblicua y esfera

- Mediante cambio de plano: convertimos la recta dada en frontal, la contenemos en un plano que será frontal a la nueva L.T. y trasladamos la intersección que tiene con la esfera(que se verá directamente).



https://www.youtube.com/watch?v=2E8kcpj3WPE

- Mediante plano proyectante: contenemos la recta en un proyectante, hallamos la intersección de la esfera con el proyectante, donde la sección corte a la recta estarán los puntos de intersección de la recta dada con la esfera.



https://www.youtube.com/watch?v=odovar4mdvo

Rectas Oblicuas

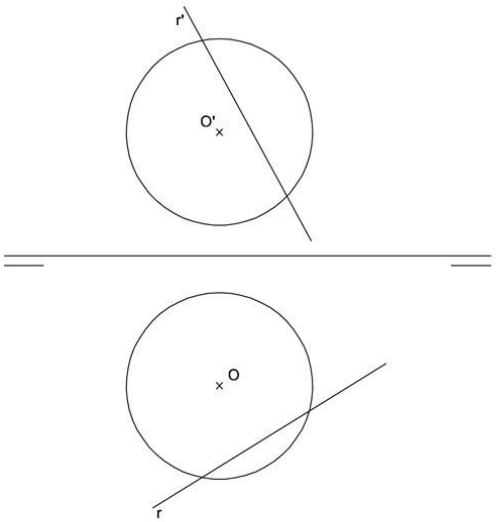
Otros procedimientos ante rectas o planos oblicuos son llevarlos a posiciones favorables como se ha hecho con otras figuras anteriormente:

- Contener la recta en un proyectante
- Cambio de plano: Para convertir un oblicuo en proyectante
- Giro: para convertir una recta o plano en horizontal o frontal

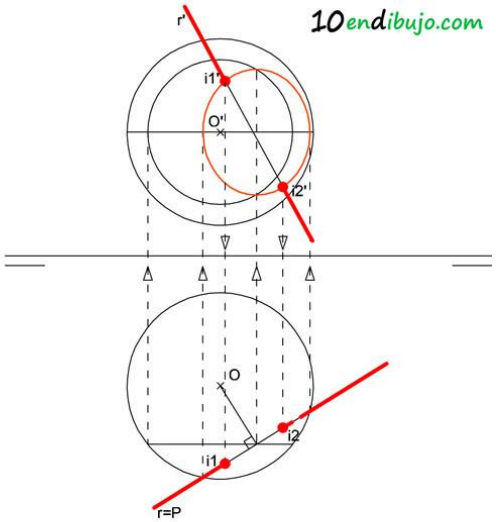
1. Encontrar la sección elíptica que produce un plano proyectante auxiliar.

1 -La contenemos en un Plano proyectante.
2 -Hallamos la intersección del proyectante con la esfera
3 –Hallamos la intersección de la recta con la sección plana encontrada en el punto 2.

Este es el método más impreciso.



Intersección de una recta oblicua con una esfera



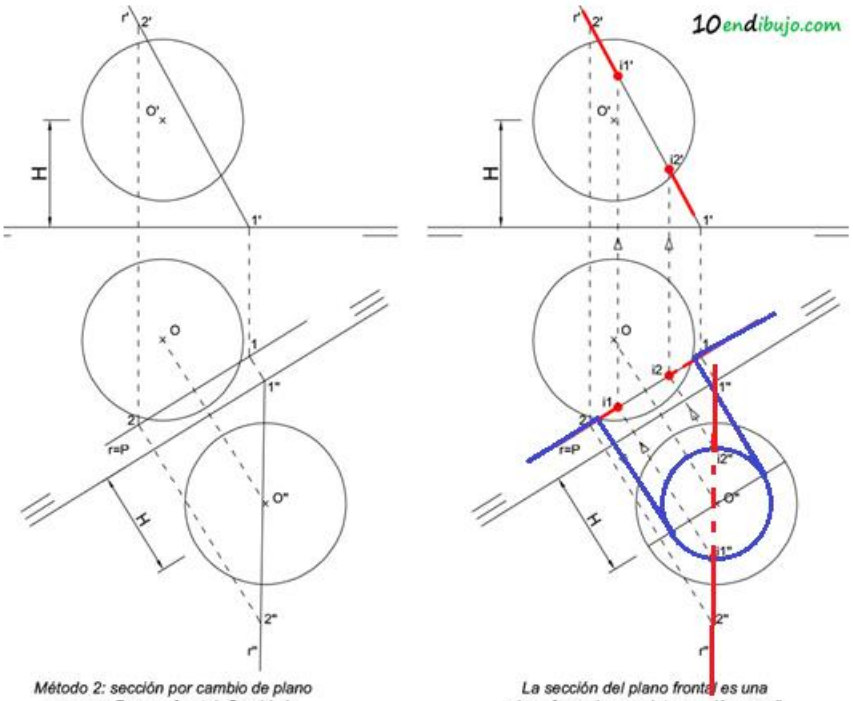
Método 1: introducir la recta en un plano proyectante P y encontrar la sección elíptica que produce

2. Encontrar la sección por cambio de plano

En este caso introducimos igualmente la recta en un plano proyectante P, igual que antes, pero ahora aplicamos un cambio de plano con el que veremos el plano P como frontal y la sección que produce será una circunferencia. Así ganamos en precisión.

No olvides cambiar de plano también la recta.

En el cambio de plano, la sección que produce un plano frontal con la esfera es una circunferencia. La intersección de esta circunferencia con la proyección r'' de la recta da como resultado los puntos i1'' e i2''. Al llevar estos sobre sus proyecciones correspondientes en r y r' obtenemos el resultado, que, lógicamente coincide con el método anterior.



Método 2: sección por cambio de plano para ver P como frontal. Cambia la esfera y la recta de plano

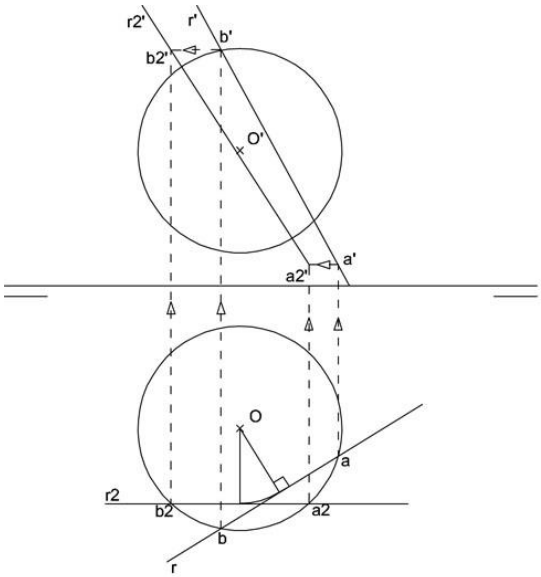
La sección del plano frontal es una circunferencia cuya intersección con r" da i1" e i2"

3. Resolver mediante giro

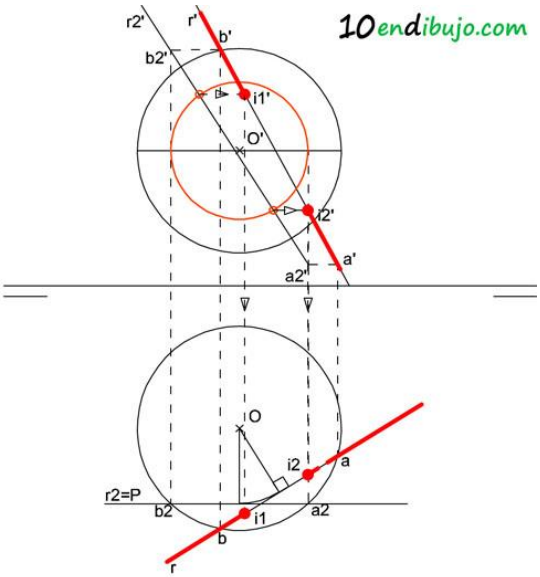
Este es el método más rápido a la vez que preciso pero también posiblemente el que más esfuerzo mental requiere.

Consiste en girar la recta R hasta colocarla como frontal R2. En este momento hacemos la sección que produce un plano P frontal que contiene a R2 sobre la esfera, que será una circunferencia vista en verdadera magnitud. La intersección de esta sección en forma de circunferencia con la proyección vertical r2' de la recta girada nos da los puntos de intersección en el giro.

Para encontrar los puntos definitivos I1 e I2 solo hay que deshacer el giro.



Método 3: Girar la recta hasta ponerla como frontal de plano. Para ello girar 2 puntos, A y B.



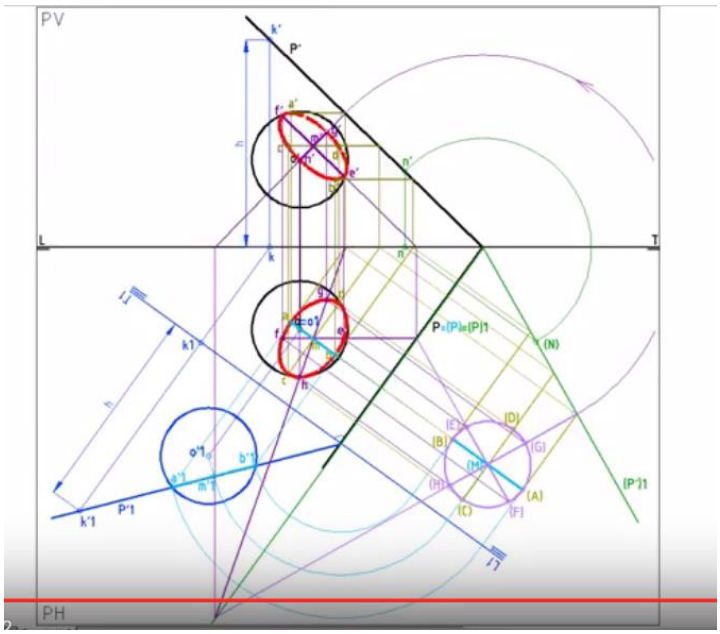
El plano P frontal contiene a R2 girada. La sección de P es una circunferencia. El corte de r2' con la circunferencia da las intersecciones. Deshacer el giro.

Esfera-plano oblicuo:

- **Mediante cambio de plano: convertir oblicuo en proyectante, hallar la sección, trasladar la sección obtenida en el proyectante al oblicuo.**

  https://www.youtube.com/watch?v=p8HyIOJYF2A

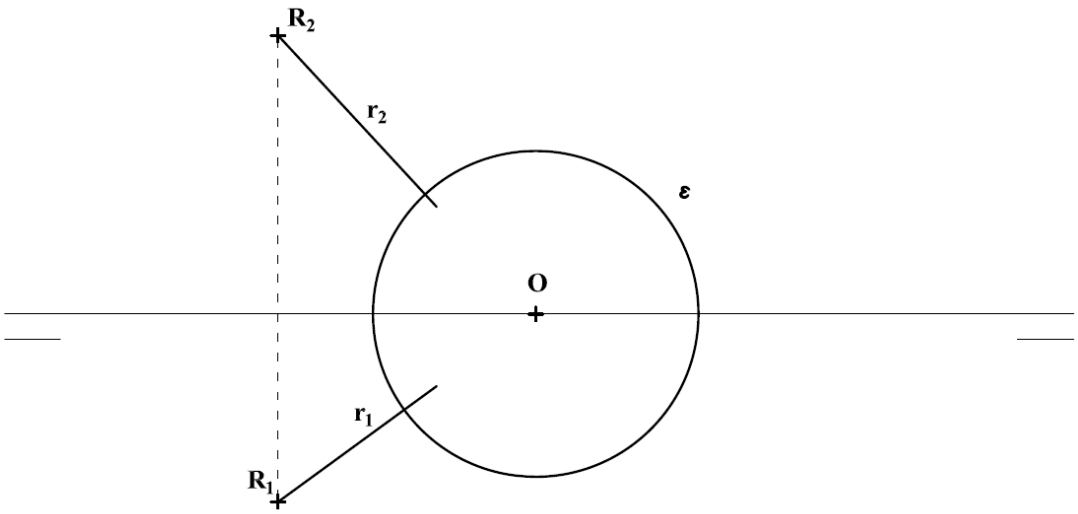
- Mediante cambio de plano y abatimiento: convertir oblicuo en proyectante, hallar la sección, localizamos el eje mayor y menor, abatimos el plano y localizamos esos ejes en la proyección que proceda:
  https://www.youtube.com/watch?v=t-HVa9p8ZO4

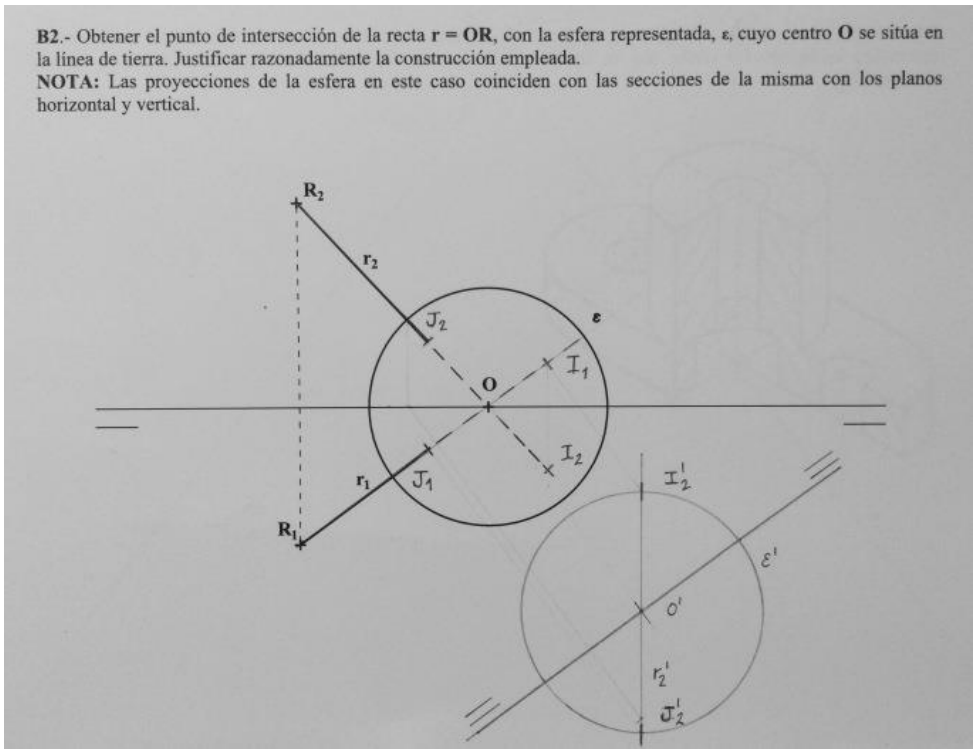


EJERCICIOS

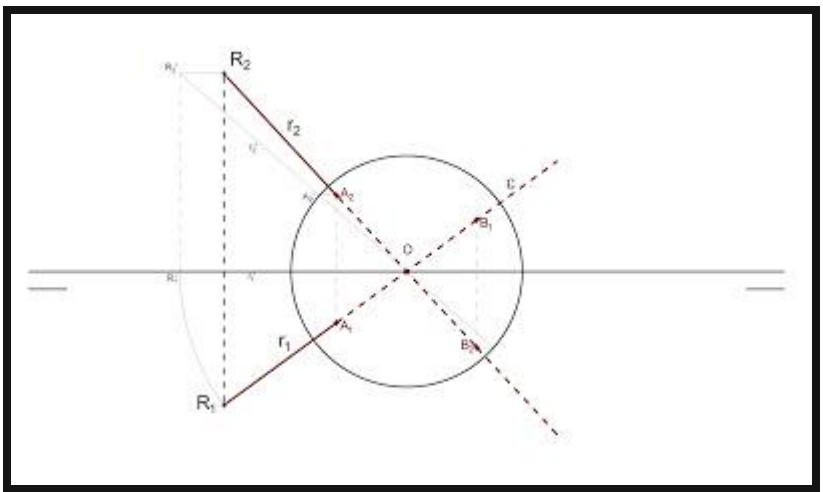
2016

B2.- Obtener el punto de intersección de la recta **r = OR**, con la esfera representada, ε, cuyo centro **O** se sitúa en la línea de tierra. Justificar razonadamente la construcción empleada.
NOTA: Las proyecciones de la esfera en este caso coinciden con las secciones de la misma con los planos horizontal y vertical.



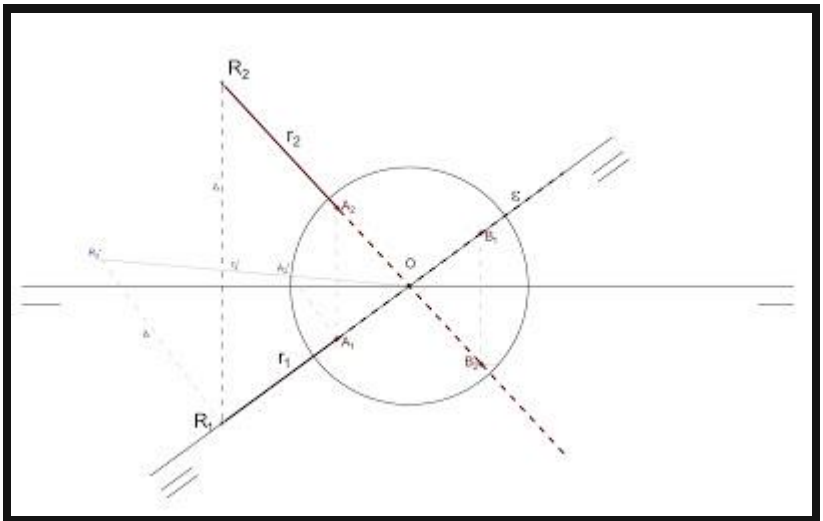


El ejercicio se puede resolver por dos métodos, el primero es mediante un giro de la recta hasta convertirla en una recta frontal, que en nuestro caso también se transformará en una recta contenida en el plano vertical de proyección.



Ex. Selectividad Madrid 2016 - J - B2 - Solución con Giro

La segunda forma que os propongo es con un cambio de plano pasando la nueva línea de tierra por el centro de la esfera.



Ex. Selectividad Madrid 2016 - J - B2 - Solución con Cambio de plano

Según pone el enunciado únicamente nos pide el punto de intersección, el punto A. Aunque en la solución yo os marco los dos puntos de intersección A y B y las líneas discontinuas que es como lo piden en otras ocasiones.

OPCIÓN B

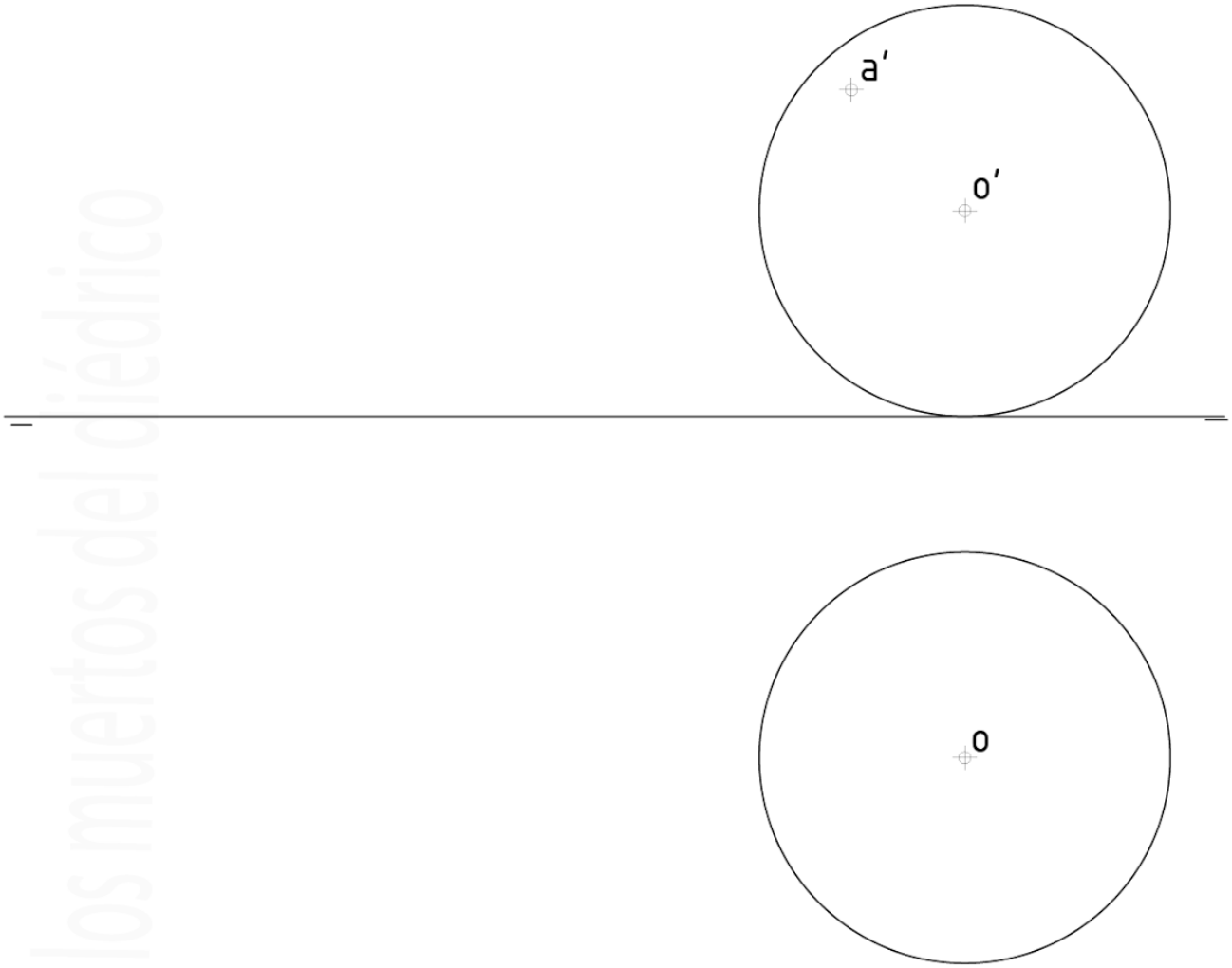
EJERCICIO 1º SISTEMA DIÉDRICO

Dadas las proyecciones de la esfera de centro O y la proyección vertical del punto A, situado en su superficie se pide:

1 Determina la proyección horizontal de A sabiendo que tiene el mayor alejamiento posible

2 Representar las trazas del plano P tangente a la esfera en A

3 Representar las trazas del plano Q tangente a la esfera en el punto diametralmente opuesto a A

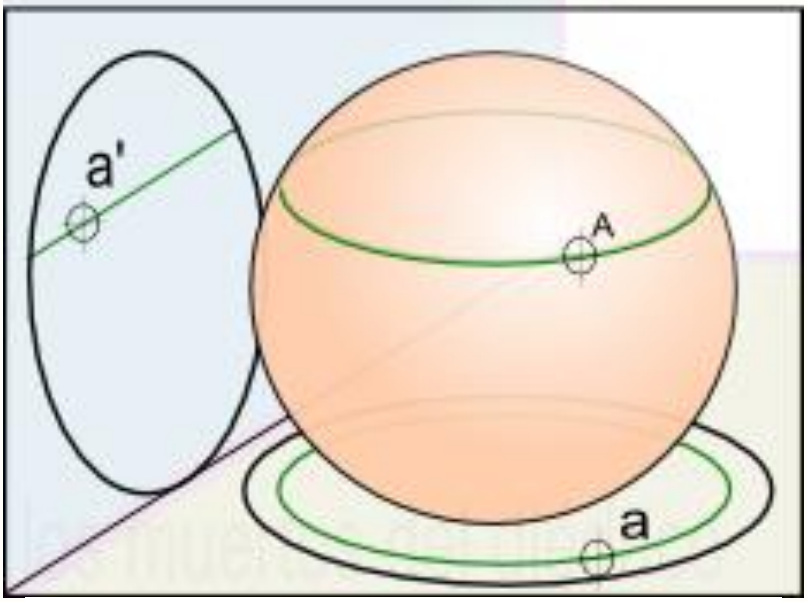


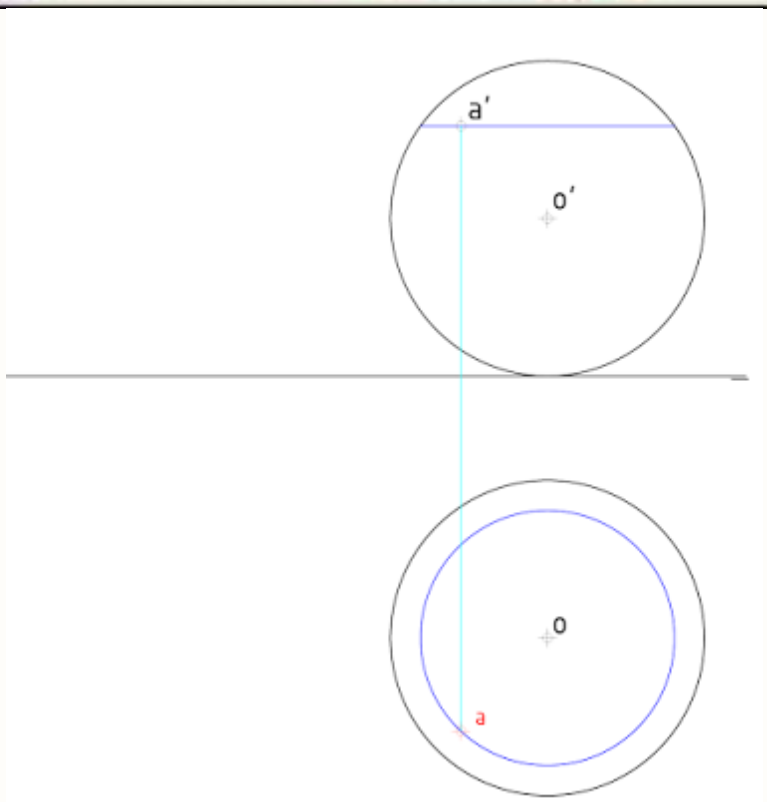
los puertos del diédrico

Puntuaciones	
Apartado 1	1'0 puntos
Apartado 2	1'0 puntos
Apartado 3	1'0 puntos
Puntuación máxima	3'00 puntos

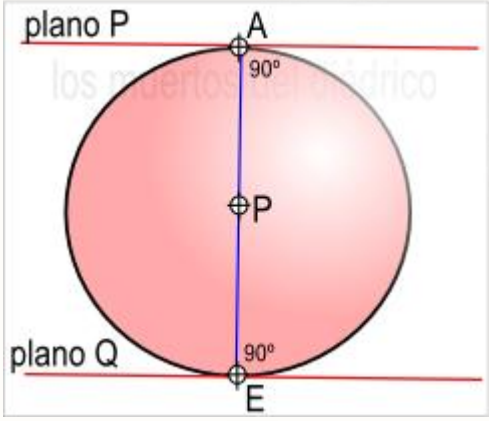
http://selectividaddibujo.blogspot.com.es/

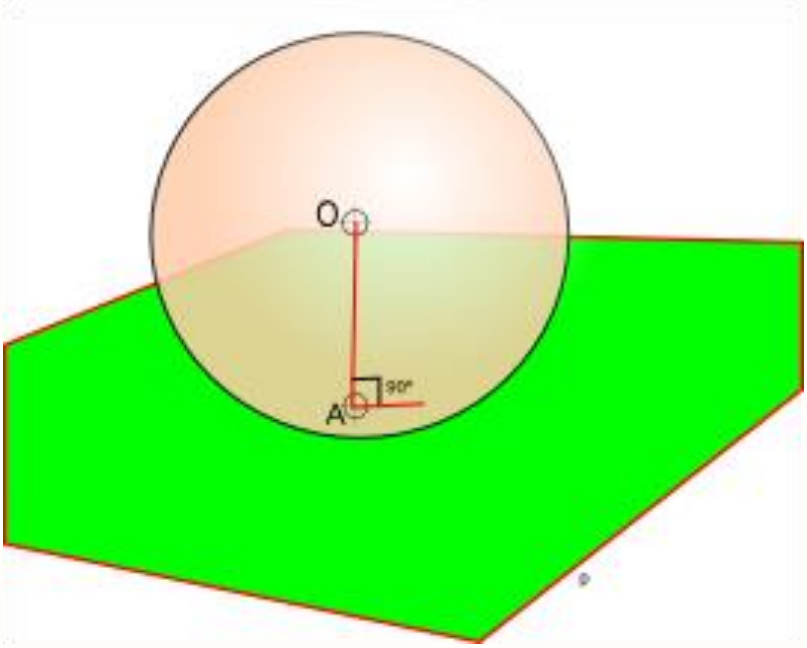
Nos empiezan pidiendo que situemos un punto A en la esfera. Para ello dibujamos una circunferencia paralela al PH, que contiene al punto A.De las dos soluciones posible elegimos la de mayor alejamiento.





2.Tenemos que dibujar un plano tangente a la esfera en A. Si nos imaginamos una esfera situada sobre un plano, ésta se apoya en un único punto. Si unimos el centro con este punto el radio resultante ha de ser perpendicular al plano.



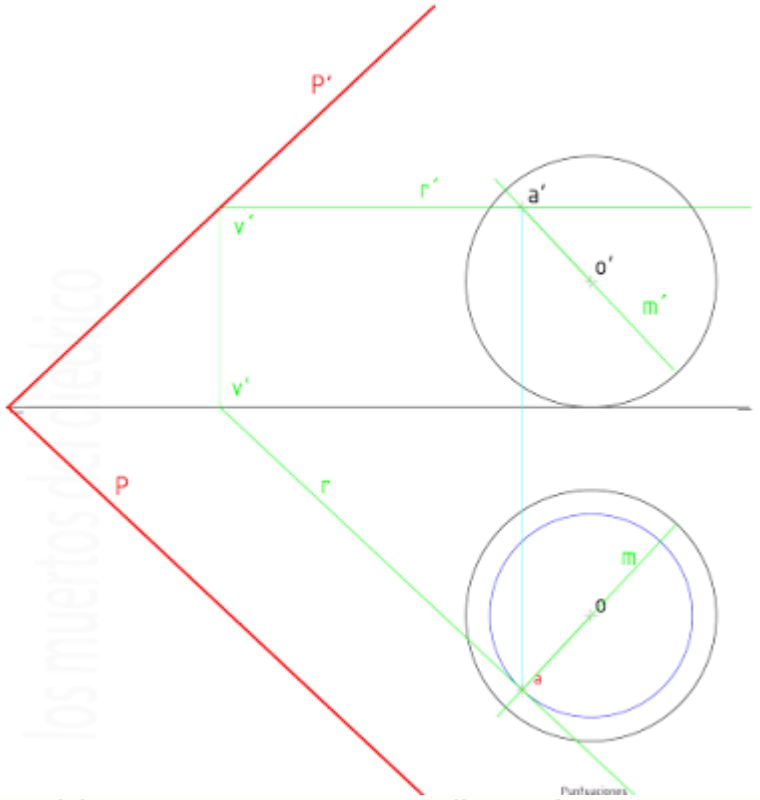


Por tanto: - Unimos el centro O con el punto A (recta M).

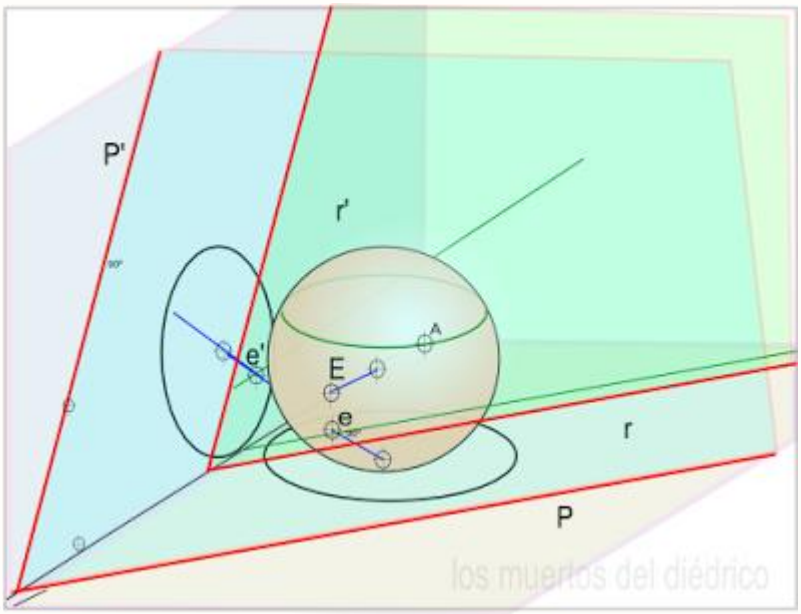
-Las trazas del plano han de ser perpendiculares a las proyecciones de M, para ello dibujamos una recta (R), horizontal, de forma que la proyección r sea perpendicular a m. Hallamos la traza V de R.

-Por v' pasa la traza P', perpendicular a r'.

-La traza P la dibujamos paralela a r (y por tanto perpendicular a m) desde donde P' corta a la LT.



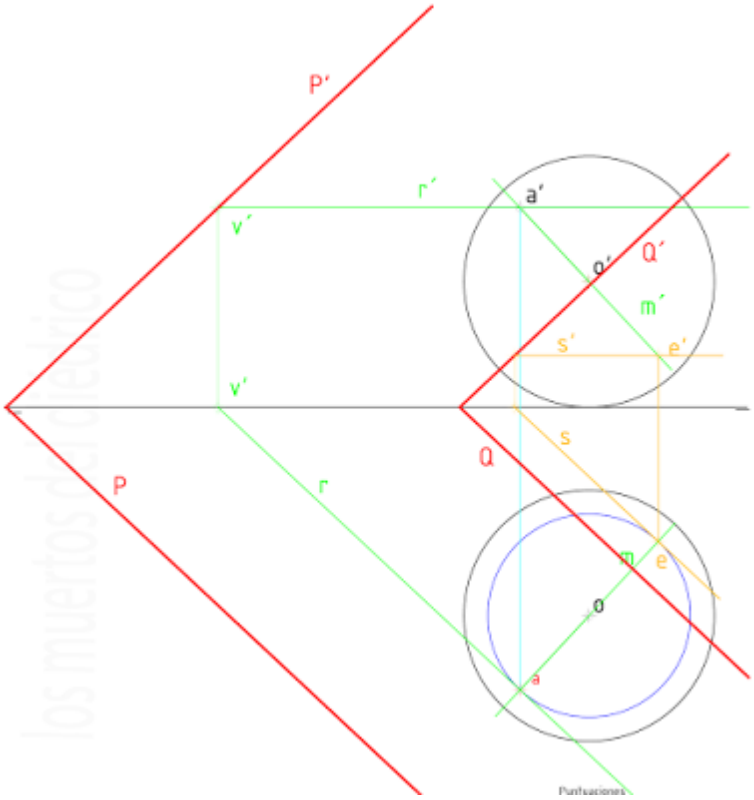
3. El plano Q ha de ser paralelo a P y contener a un punto diametralmente opuesto a A. Este punto lo conseguimos dibujando otro punto E, que también ha de pertenecer a M y ha de estar a la misma distancia de O (su proyección e también debería de estar en la proyección horizontal de la circunferencia).



-Una vez que tenemos el punto E, procedemos de igual manera que para hallar P:

- Dibujamos una recta S, horizontal, que contiene a E y es perpendicular a M.

-Las trazas de Q son paralelas a las de P, y Q' pasa por la traza v' de S.


P´
r´
a´
v´
o´
Q´
m´
s´
e´
v´
s
Q
P
r
m
e
o
a

PROBLEMA: SISTEMA DIÉDRICO

Dada la proyección horizontal de un octaedro regular y un punto G (g-g') de su diagonal vertical, se pide:

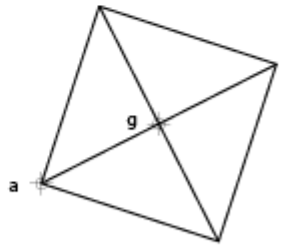
1-Dibujar su proyección vertical, señalando las líneas ocultas, sabiendo que el poliedro se encuentra en el primer cuadrante y que el extremo de su diagonal vertical está sobre el plano horizontal de proyección.

2- Trazar un plano proyectante vertical que contenga el punto G (g-g') y el vértice A (a-a').

3-Hallar la sección producida por dicho plano en el octaedro.

4- Hallar la verdadera magnitud de la sección plana.

(Selectividad 2001)



octaedro 2 -03

PROBLEMA: SISTEMA DIÉDRICO

Dada la proyección horizontal de un octaedro regular y un punto G (g-g') de su diagonal vertical, se pide:

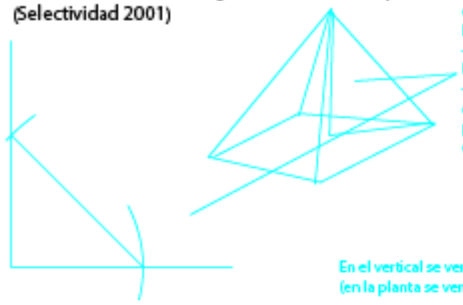
1-Dibujar su proyección vertical, señalando las líneas ocultas, sabiendo que el poliedro se encuentra en el primer cuadrante y que el extremo de su diagonal vertical está sobre el plano horizontal de proyección.

2- Trazar un plano proyectante vertical que contenga el punto G (g-g') y el vértice A (a-a').

3-Hallar la sección producida por dicho plano en el octaedro.

4- Hallar la verdadera magnitud de la sección plana.

(Selectividad 2001)



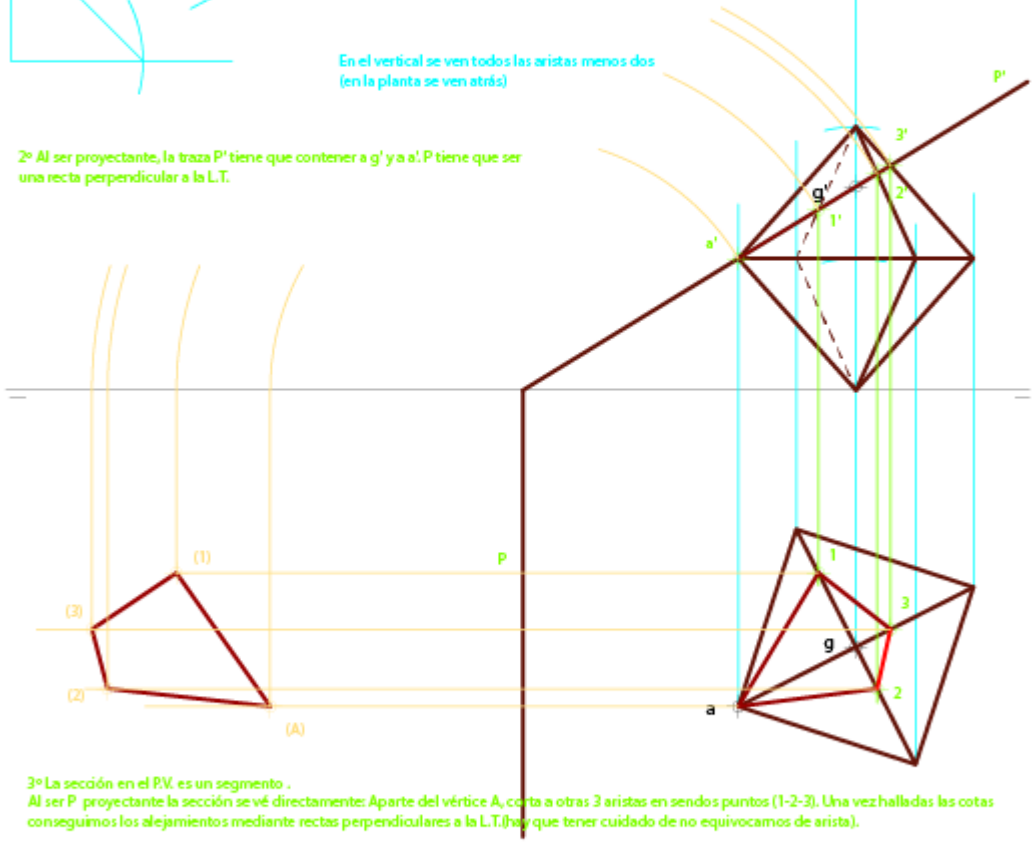
1º El octaedro lo podemos considerar como dos pirámides unidas. Las aristas las conocemos (se ven en el P.H. en verdadera magnitud) pero tenemos que hallar la altura.

-Para ello vemos que se forma un triang. rect. en el cual la altura es un cateto, la arista es la hipotenusa y la proyección de la arista el otro cateto.

-LLevando la altura sobre la diagonal (que afortunadamente es perp. al P.H.)podemos dibujar los dos vértices (uno está en el P.H.) Subiendo los vértices del cuadrado podemos conseguir la proyección en el vertical del cuadrado. Uniendo los vértces del cuadrado con los otros dos obtenemos las aristas del octaedro.

En el vertical se ven todos las aristas menos dos (en la planta se ven atrás)

2º Al ser proyectante, la traza P' tiene que contener a g' y a a'. P tiene que ser una recta perpendicular a la L.T.



3º La sección en el P.V. es un segmento .

Al ser P proyectante la sección se vé directamente: Aparte del vértice A, corta a otras 3 aristas en sendos puntos (1-2-3). Una vez halladas las cotas conseguimos los alejamientos mediante rectas perpendiculares a la L.T.(hay que tener cuidado de no equivocarnos de arista).

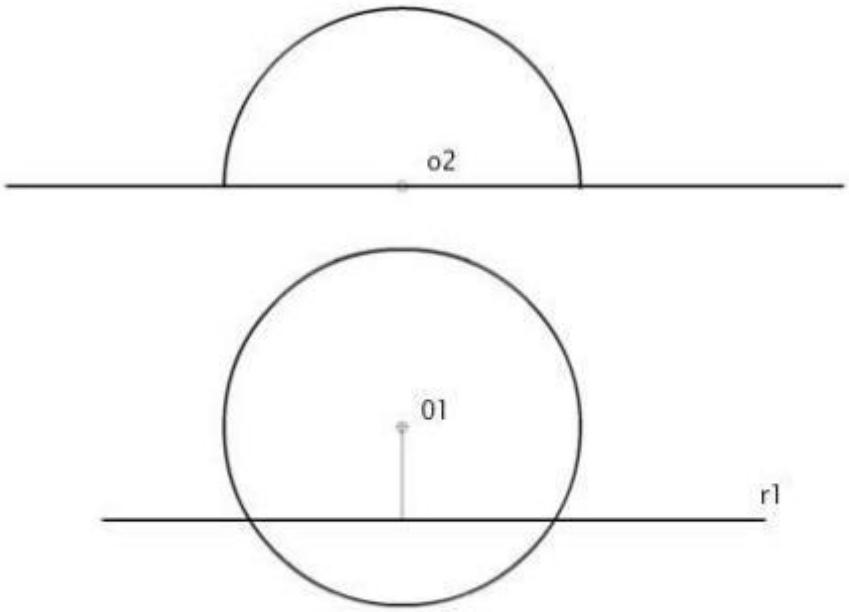
4º Por abatimiento podemos hallar la verdadera magnitud.

octaedro 2 -03

NOMBRE: ejerc: 74

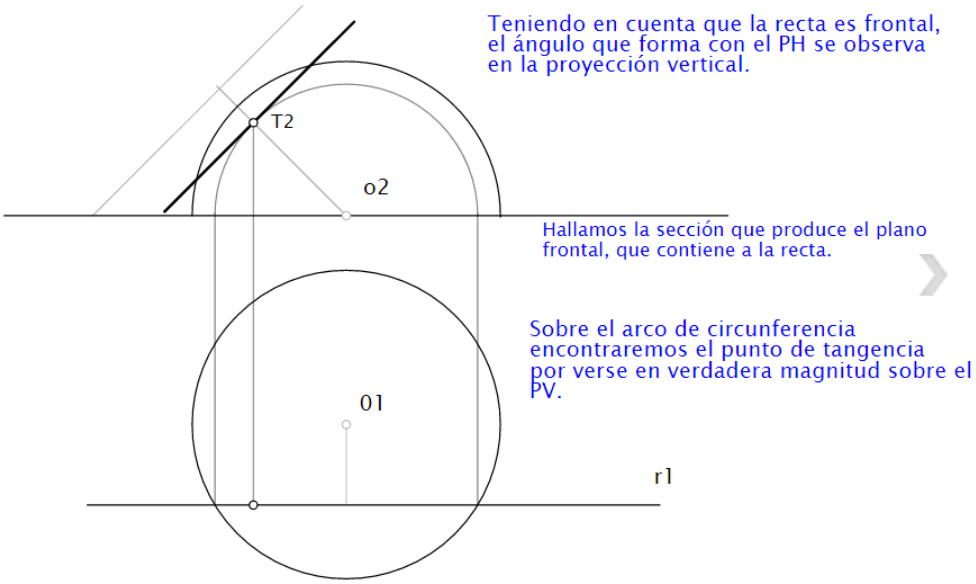
2002

Determinar la proyección vertical de una recta r que forme 45° con el plano horizontal y que sea tangente a la semiesfera.



http://www.mongge.com/educacion/dibujo-tecnico/ejercicios/15770/

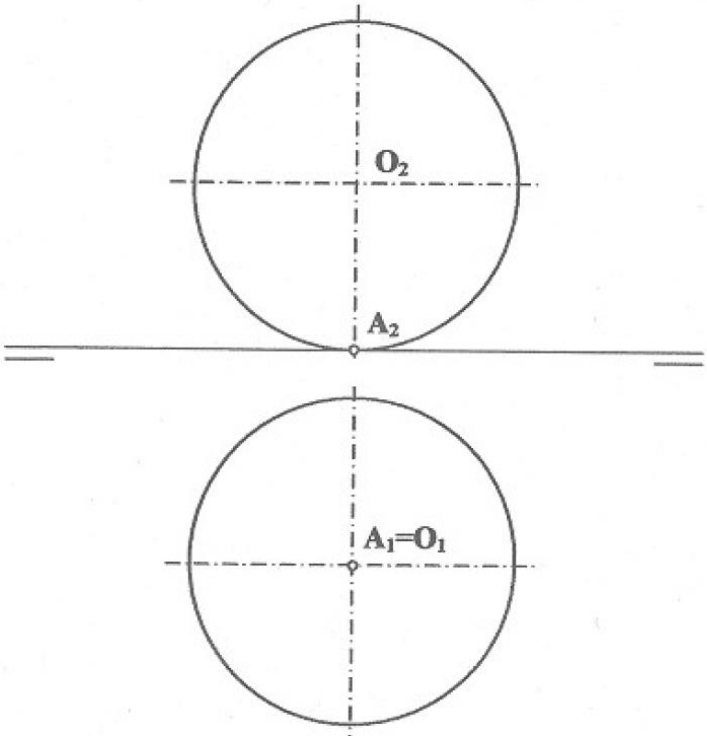
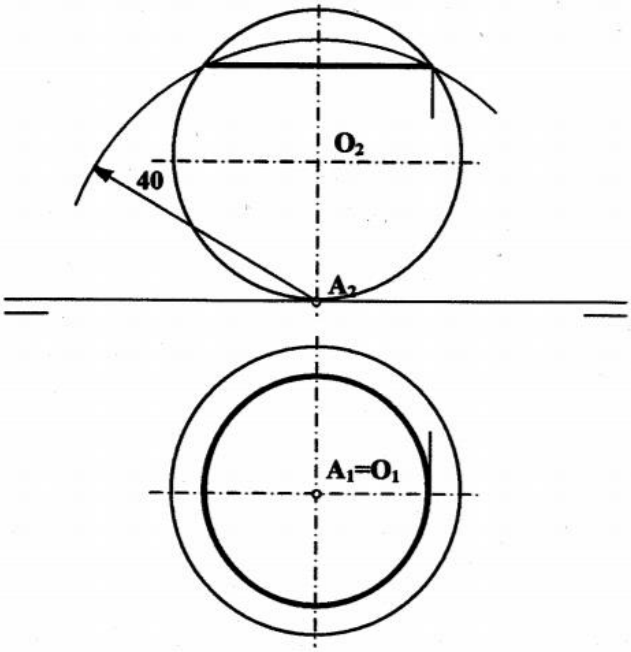
Determinar la proyección vertical de una recta r que forme 45° con el plano horizontal y que sea tangente a la semiesfera.



nbed Comentarios

2005

B2.- Determinar los puntos de la esfera que se encuentran a una distancia de **40** mm del punto **A**.



B2.- Determinar los puntos de la esfera que se encuentran a una distancia de **40** mm del punto **A**.