

TEMA A. 0. LAS 3 DIMENSIONES ESPACIALES. FORMACIÓN, RELACIÓN, POSTULADOS Y DEFINICIÓN DE LOS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS FUNDAMENTALES.

0.1. LAS 3 DIMENSIONES ESPACIALES

0.2. FORMACIÓN DE LOS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS FUNDAMENTALES.

0.3. ELEMENTOS BÁSICOS: PUNTO, RECTA, PLANO, ÁNGULO, CIRCUNFERENCIA, CURVA.

0.4. RELACIONES ENTRE ELEMENTOS: PERPENDICULARIDAD, PARALELISMO, OBLICUIDAD, CORTE.

0.5. LUGAR GEOMÉTRICO

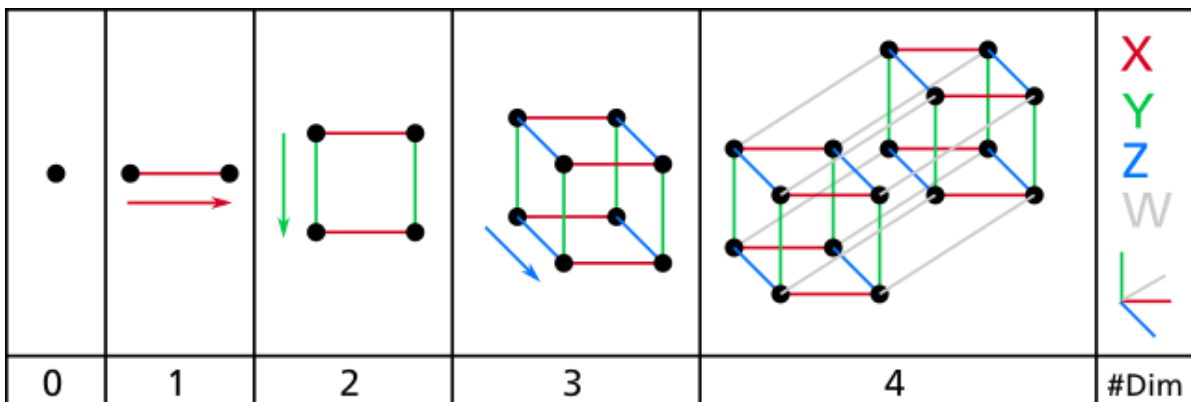
0.6. POSTULADOS DE EUCLIDES

0.7. CARACTERÍSTICAS DE LA CIRCUNFERENCIA: PUNTOS, RECTAS, ÁNGULOS NOTABLES Y RELACIÓN ENTRE CIRCUNFERENCIAS.

0.8. TABLAS RESUMEN

LAS 3 DIMENSIONES ESPACIALES

Vivimos en un mundo de tres dimensiones. Podemos movernos hacia la derecha y a la izquierda (primera dimensión), hacia adelante y hacia atrás (segunda dimensión), o bien, hacia arriba y hacia abajo (tercera dimensión). Todos los objetos del mundo que nos rodea tienen esas tres dimensiones, y forman lo que llamamos un volumen. Cada una de estas dimensiones es perpendicular a las otras dos formando ángulos de 90°.



PUNTO

RECTA

PLANO

SÓLIDO

HIPERSÓLIDO

En la geometría plana trabajamos en el plano, es decir, con elementos y figuras que tienen altura y anchura.

En la geometría plana descriptiva, a este plano de trabajo, trasladamos el volumen de las figuras en 3D (altura, anchura y profundidad) al plano situándolas en 3 ejes de coordenadas x,y,z, para la anchura, altura y profundidad respectivamente.

FORMACIÓN DE LOS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS FUNDAMENTALES

Euclides, en el primer libro de sus Elementos, ya estableció **postulados** y **axiomas** acerca de los **elementos básicos**:

Las descripciones de los elementos básicos corresponden a lo que podemos llamar **conceptos fundamentales**. Éstos no necesitan definición, simplemente se presenta su existencia y luego se les atribuye una serie de propiedades.

Postulados y axiomas establecen y condicionan los elementos básicos, así como las relaciones entre ellos.

ELEMENTOS BÁSICOS:

PUNTO

Es un ente geométrico adimensional.

Queda definido por el lugar donde dos rectas se cortan.

RECTA

La recta se define como una sucesión alineada de puntos.

Semirrecta: Recta delimitada en un punto.

Rayo: Recta delimitada en un punto y con flecha de dirección

Segmento: Recta delimitada por dos puntos, uno a cada extremo.

Veamos tres axiomas:

- La recta es idéntica a sí misma en todas sus partes
- La recta es ilimitada en sus dos sentidos
- La recta queda definida cuando se conocen dos puntos de la misma
- La intersección de dos rectas siempre define una recta

Klee y Kandinsky definen la línea como un solo punto arrastrado a través de una página

PLANO

Puede ser definido por puntos y rectas en las siguientes situaciones:

- **Por tres puntos no alineados**
- **Por un punto y una recta que no se pertenezcan**
- **Por dos rectas que se cortan o paralelas**

ÁNGULO

Está formado por dos semirrectas que se cortan en un punto llamado vértice (v).

(La magnitud entre ellas determina los tipos de ángulos: Nulo, Agudo, Recto, Obtuso, Llano o Extendido, Completo)

CIRCUNFERENCIA

Línea equidistante en todos sus puntos a otro que se denomina centro.

CURVA

Línea cuyos puntos no siguen la misma dirección.

Dependiendo de su origen:

- Técnicas: A partir de arcos de circunferencia
- Cónicas: A partir de distintas secciones producidas en un cono

RELACIONES ENTRE ELEMENTOS

La relación que se da entre los elementos depende de cómo están dispuestos entre sí.

La relación se produce:

- Entre recta y recta
- Entre recta y plano
- Entre plano y plano

La relación puede ser perpendicular, paralela u oblicua.

PERPENDICULARIDAD :Cuando entre ellos se forma un ángulo de 90°

PARALELISMO: Cuando todos los puntos de uno y otro elemento son equidistantes.

(Cabe resaltar un caso especial: Las **antiparalelas**: rectas paralelas dos a dos donde las bisectrices de los ángulos que las forman son perpendiculares. Se verá en la **Inversión**.)

OBLICUIDAD: Cuando entre ellos se forma un ángulo distinto de 90°

SECANTES O "QUE SE CORTAN": Se aplica este término a dos rectas que pertenecen a un mismo plano y tienen un punto en común. Si son más de dos rectas las que se cortan se les llama "concurrentes", aunque igualmente son secantes. (El término concurrentes se usa sin excesiva ortodoxia ☺. En Geometría descriptiva, que trabaja con elementos en el espacio, se usa el término "cruzar" para aquellas rectas que están en planos distintos y no tienen ningún punto en común pero, por su disposición, parece que sí lo tienen.)

LUGAR GEOMÉTRICO

Es el conjunto de puntos (en el plano o en el espacio) que participan de una misma propiedad.
Lugares geométricos son:

- **1. La mediatriz:** Sus puntos equidistan de los extremos del segmento.
 - **2. La bisectriz:** Sus puntos equidistan de los lados del ángulo.
 - **3. La potencia:** Punto que establece relación proporcional entre segmentos y circunferencia.
 - **4. El eje radical de dos circunferencias no concéntricas:** sus puntos tienen igual potencia respecto de las mismas.
 - **5. La recta polar:** En geometría, la recta polar de un punto A respecto a una circunferencia I es el lugar geométrico de los puntos conjugados de A respecto de la circunferencia I. Este lugar geométrico resulta ser una recta perpendicular a la recta que une el centro de la circunferencia I con el punto A.
 - **6. La circunferencia:** Sus puntos equidistan del centro (esa distancia es el radio).
- Arco Capaz C. de auto-inversión o puntos dobles**
- **7. La elipse:** La suma de las distancias de cualquier punto de ella a otros dos fijos (focos), es constante.
 - **8. La parábola:** Sus puntos equidistan del centro.
 - **9. La esfera:** Sus puntos equidistan del centro ((esa distancia es el radio).

POSTULADOS DE EUCLIDES

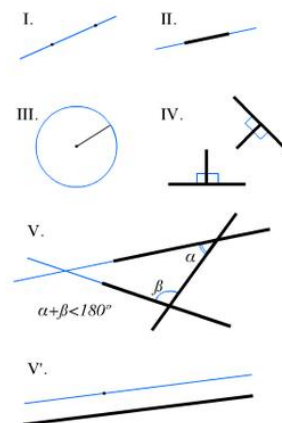
Los **postulados de Euclides** hacen referencia al tratado denominado *Los Elementos*, escrito por Euclides hacia el año 300 a. C., exponiendo los conocimientos geométricos de la Grecia clásica deduciéndolos a partir de cinco postulados, considerados los más evidentes y sencillos.¹

Los postulados de *Los Elementos* son:

- I. Se puede trazar una línea recta que pase por dos puntos.
- II. Se puede prolongar una línea recta indefinidamente a partir de una recta finita.
- III. Se puede trazar una circunferencia con centro y radio dado.
- IV. Todos los ángulos rectos son iguales.
- V. Si una línea recta que corta a otras dos rectas forma de un mismo lado con ellas ángulos interiores cuya suma es menor que dos rectos, las dos últimas rectas prolongada indefinidamente se cortan del lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos.

Este último postulado tiene un equivalente, que es el más usado en los libros de geometría:

- Por un punto exterior a una recta, se puede trazar una única paralela.



CARACTERÍSTICAS DE LA CIRCUNFERENCIA: PUNTOS, RECTAS, ÁNGULOS NOTABLES Y RELACIÓN ENTRE CIRCUNFERENCIAS. (VER ANEXO DE LUGAR GEOMÉTRICO)

Ver tabla para: La definición, formación, designación, unidades de medida.

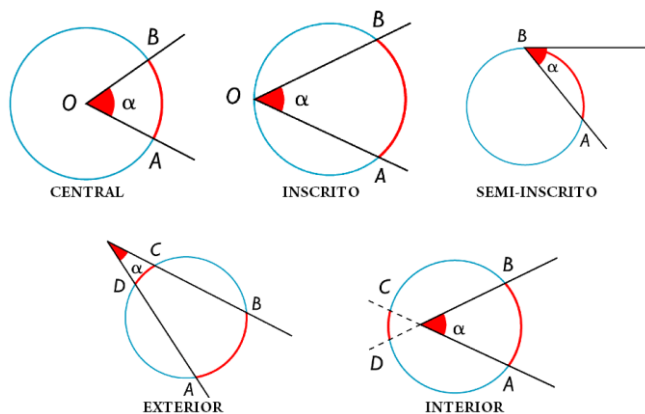
La circunferencia es el perímetro del círculo, lugar geométrico de los puntos que equidistan del centro una distancia r (radio)

Existen varios puntos, rectas y segmentos, singulares en la circunferencia:



- O **Centro**: es el punto interior equidistante de todos los puntos de la circunferencia.
- r **Radio** : Es el segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma. El radio mide la mitad del diámetro, y es igual a la longitud de la circunferencia dividida entre 2π .
- D **Diámetro**: El diámetro de una circunferencia es el segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro. El diámetro mide el doble del radio. El diámetro es igual a la longitud de la circunferencia dividida entre π .
- **Cuerda**. La cuerda es un segmento que une dos puntos de la circunferencia. El diámetro es la cuerda de longitud máxima.
- **Recta secante**: Es la línea que corta a la circunferencia en dos puntos.
- **Recta tangente**. Es la línea que toca a la circunferencia en un sólo punto (Punto de tangencia).
- **Arco**. El arco de la circunferencia es cada una de las partes en que una cuerda divide a la circunferencia. Un arco de circunferencia se denota con el símbolo sobre las letras de los puntos extremos del arco.
- **Semicircunferencia**. cada uno de los dos arcos delimitados por los extremos de un diámetro.

Ángulos en la circunferencia



Ángulo central: Es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados la cortan en dos puntos.

Ángulo Inscrito: Es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados la cortan en dos ptos.

Su amplitud es igual a la mitad del arco que abarca

Ángulo Semi-inscrito: Su vértice está en la circunferencia, uno de sus lados es tangente a ella, siendo el vértice el pto. de tangencia, el otro lado la corta.

Su amplitud es la mitad de la del arco que abarca

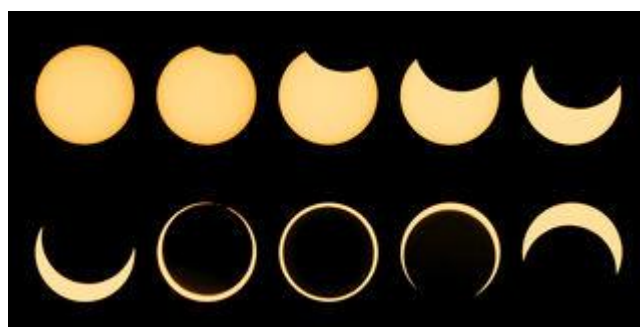
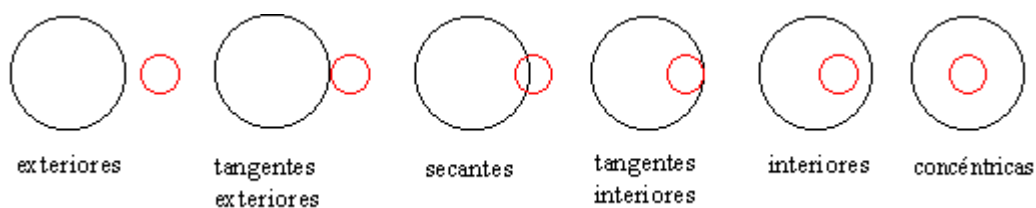
Ángulo interior: Su vértice está dentro de la circunferencia.

Su amplitud es igual a la suma de la amplitud del arco que abarcan sus lados más la amplitud del arco que abarcan sus prolongaciones.

Ángulo Exterior: Su vértice está fuera de la circunferencia.

Su amplitud es la mitad de la diferencia de los dos arcos que abarcan sus lados sobre dicha circunferencia.

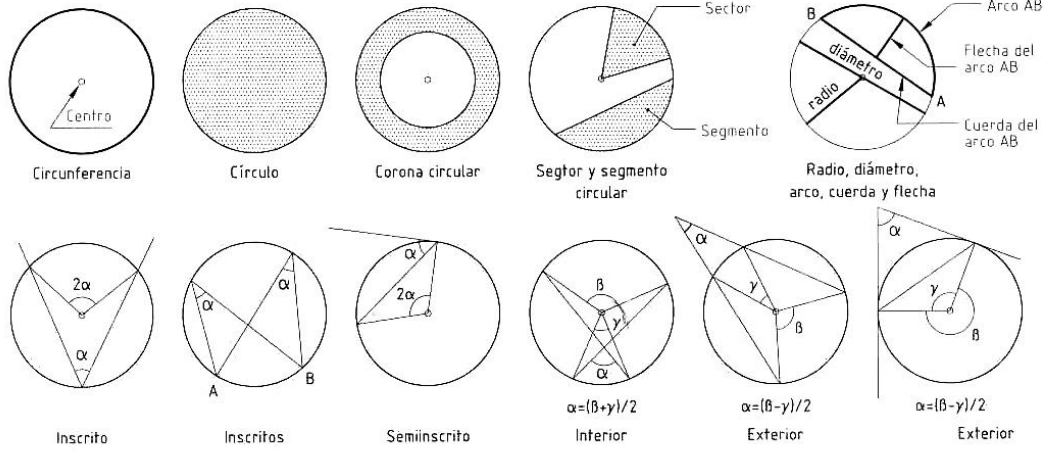
Relación entre circunferencias



ÁNGULOS EN UNA CIRCUNFERENCIA --- ARCO CAPAZ

Elementos y ángulos en la circunferencia

La circunferencia es una línea plana cerrada cuyos puntos equidistan de otro interior que llamamos centro. Esa equidistancia se llama radio de la circunferencia. Cuerda es el segmento que une dos puntos de una circunferencia. La cuerda que pasa por el centro se llama diámetro.



Ángulos

Ángulo es la porción del plano delimitada por dos rectas. Las rectas se llaman lados y el punto en el que se cortan, vértice.

Bisectriz de un ángulo es la recta que lo divide en otros dos iguales.

También podemos definir a la bisectriz de un ángulo como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de sus lados.

Si dos rectas al cortarse determinan cuatro ángulos iguales, cada uno de ellos recibe el nombre de ángulo recto.

Podemos clasificar los ángulos en: recto, llano (mide dos rectos), agudo (menor que un recto), obtuso (mayor que un recto y menor que un llano) convexo (menor o igual que un llano) y cóncavo (mayor que un llano).

Arco capaz de un segmento bajo un ángulo determinado es el lugar geométrico de los puntos del plano desde los cuales se ve el segmento bajo el mencionado ángulo.

